

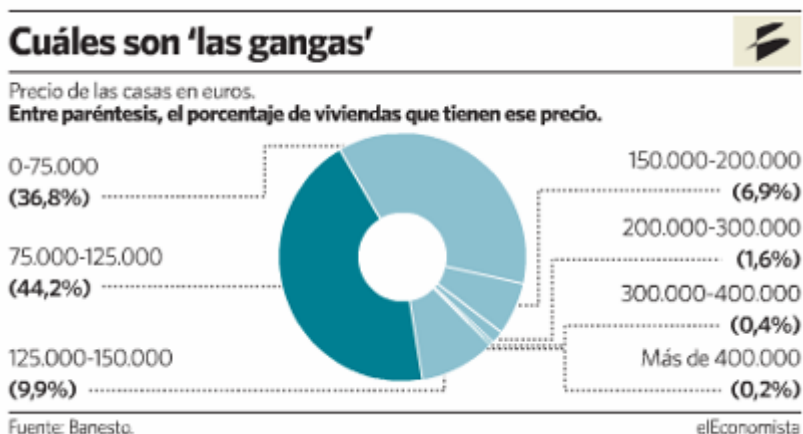
TEMA 2:

2.1 Se ha realizado una encuesta en 30 hogares en la que se les pregunta el nº de individuos que conviven en el domicilio habitualmente. Las respuestas obtenidas han sido las siguientes:

4, 4, 1, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 6, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 8, 3, 5, 3, 4, 7, 2, 3.

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- ¿Qué proporción de hogares está compuesto por tres o menos personas? ¿Qué proporción de individuos vive en hogares con tres o menos miembros?
- Dibuje el diagrama de frecuencias absolutas y el diagrama de frecuencias acumuladas.
- Agrupe por intervalos de amplitud 2 los valores de la variable, calcule su distribución de frecuencias y represente con los correspondientes gráficos las frecuencias absolutas y acumuladas.

2.2 Tras la crisis inmobiliaria que empezó en 2008, muchos bancos se quedaron con gran cantidad de pisos como pago a las deudas que tenían promotores y particulares. El día 29/10/2009, el diario *El Economista* presentaba un gráfico con el parque de viviendas de Banesto, y a qué precios pensaba venderlos



- ¿Qué variable es la que se está presentando en el gráfico?
- ¿Qué tipo de variable es?
- Construya la tabla de frecuencias
- Represente el gráfico en forma de Histograma

Nota: suponga que el piso más caro está valorado en 1 millón de euros

2.3 Se realiza un estudio en una ciudad sobre la capacidad hotelera y se obtienen los siguientes resultados:

PLAZAS	Nº DE HOTELES
0-10	25
10-30	50
30-60	55
60-100	20

- Represente gráficamente esta distribución de frecuencias mediante un histograma.
- ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 11 y 60 plazas?
- ¿Cuántos hoteles tienen treinta o menos plazas?
- Calcule las marcas de clase de cada intervalo.

e) ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 15 y 50 plazas? ¿Qué hipótesis hace para este último cálculo?

2.4 En *El País*, el 23/09/2009, se publicaba un histograma con los sueldos de los españoles de 2007.

Nivel de los salarios

Año 2007. Bruto anual.

Remuneración (en euros)	Trabajadores (en %)
0 - 7.988	12,9
7.988 - 15.977	37,5
15.977 - 23.965	25,7
23.965 - 31.954	11,4
31.954 - 39.942	6,4
39.942 - 47.930	2,8
47.930 - 55.919	1,7
55.919 - 63.907	1,1
63.907 y más	0,6

Salario Mínimo Interprofesional (SMI)
 en 2007: **7.988,4 EUROS**

Fuente: INE.

EL PAÍS

a) ¿Qué variable es la que se está presentando en el gráfico?

b) ¿Qué tipo de variable es?

c) Construya la tabla de frecuencias, teniendo en cuenta que en 2007 había 18,7 millones de personas trabajando

d) Calcule las marcas de clase

e) Represente el gráfico en forma de Histograma **correctamente**

f) Represente el polígono de frecuencias acumuladas

g) ¿Qué número de trabajadores tienen una remuneración superior a 47.930 euros?

Nota: suponga que el sueldo más elevado es de 500.000 euros

2.5 Una entidad bancaria dispone de 50 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas para un estudio posterior. Las observaciones obtenidas han sido:

12, 10, 9, 11, 15, 16, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 11, 11, 12, 16, 17, 17, 16, 16, 15, 14, 12, 11, 11, 12, 12, 12, 15, 13, 14, 16, 15, 18, 19, 18, 10, 11, 12, 12, 11, 13, 13, 15, 13, 11, 12.

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- ¿Qué proporción de sucursales tiene más de 15 empleados?
- Dibuje el diagrama de barras y el diagrama acumulativo de frecuencias correspondientes.
- Agrupe en intervalos de amplitud 3 los valores de la variable, calcule su distribución de frecuencias y represente su histograma y su polígono de frecuencias acumuladas.
- Agrupe la variable en los intervalos que considere conveniente de amplitud variable, calcule las densidades de frecuencia de cada intervalo y represente el histograma correspondiente.

- 2.6 A continuación se presenta la tabla de clasificación de la liga española 09/10, tras la jornada 3ª, publicada en el diario *El Mundo* el 22/9/2009, donde viene los partidos jugados (J), los ganados (G), los empatados (E), los perdidos (P), los goles a favor (GF), los goles en contra (GC) y los puntos (Pt)

	J	G	E	P	GF	GC	Pt
1. Real Madrid	3	3	0	0	11	2	9
2. Barcelona	3	3	0	0	10	2	9
3. Athletic	3	3	0	0	5	2	9
4. Mallorca	3	2	1	0	7	1	7
5. Valencia	3	2	1	0	8	4	7
6. Sevilla	3	2	0	1	6	3	6
7. Almería	3	1	1	1	1	1	4
8. Valladolid	3	1	1	1	4	5	4
9. Racing	3	1	1	1	4	6	4
10. Sporting	3	1	1	1	3	5	4
11. Málaga	3	1	0	2	4	3	3
12. Getafe	3	1	0	2	4	4	3
13. Deportivo	3	1	0	2	5	6	3
14. Espanyol	3	1	0	2	3	6	3
15. Zaragoza	3	1	0	2	3	6	3
16. Tenerife	3	1	0	2	2	6	3
17. Villarreal	3	0	2	1	4	5	2
18. Osasuna	3	0	1	2	2	5	1
19. Atlético	3	0	1	2	3	9	1
20. Xerez	3	0	0	3	0	8	0

Nos centraremos en la variable Goles a Favor (GF)

- ¿Qué tipo de variable es?
- Construya la tabla de frecuencias completa
- Represente gráficamente la variable con los gráficos adecuados a los datos disponibles
- ¿Qué porcentaje de equipos ha marcado 6 goles o más en las tres primeras jornadas?

TEMA 3:

- 3.1 Cierta cartera de valores ha pasado en 16 años de tener un valor de 1.000 € a valer 4.728 €. Halle el tipo de interés medio anual, o tasa media anual acumulativa, al que ha crecido esta inversión.
- 3.2 La rentabilidad media anual de un capital de 3.000 euros invertido a un plazo de 10 años ha sido del 5,9%. En el transcurso de ese plazo el tipo de interés anual ha ido cambiando: los tres primeros años obtuvo un interés del 5,2% y los tres siguientes del 6,4%. Suponiendo que en los cuatro últimos años el tipo de interés anual no cambió, ¿cuál fue la rentabilidad anual en esos últimos cuatro años?
- 3.3 A la hora de crear una empresa, hay que valorar la posibilidad de crearla como autónomo, como una Sociedad Limitada (SL) o como una Sociedad Anónima (SA). *Cinco Días* publicaba el 1/10/2009 una tabla con un estudio del número de empleados que tiene cada tipo de empresa.

Número de empleados por tipo de empresas			
<i>Datos en 2009</i>			
	Empresarios personas físicas (autónomos)	Sdades. de responsabilidad limitada	Sociedades anónimas
Sin asalariados	1.217.370	358.446	25.680
De 1 a 2 asalariados	449.210	371.166	18.129
De 3 a 5 asalariados	98.261	189.169	12.416
De 6 a 9 asalariados	22.086	103.677	11.393
De 10 a 19 asalariados	5.943	71.951	15.334
De 20 a 49 asalariados	1.027	34.264	14.825
De 50 a 99 asalariados	0	7.212	5.581
De 100 a 199 asalariados	0	3.385	3.109
De 200 a 499 asalariados	0	1.142	1.849
De 500 a 999 asalariados	0	280	563
De 1.000 a 4.999 asalariados	0	119	378
De 5.000 o más asalariados	0	9	73
Total	1.793.897	1.140.820	109.330

Fuente: Directorio Central de Empresas Cinco Días

- a) Compare el número de empleados medio que tiene cada tipo de empresa
- b) Represente gráficamente las tres distribuciones
- c) ¿En cuál de las distribuciones existe mayor dispersión? Compruébelo por varios métodos
- d) ¿Cuál de las distribuciones tiene una mayor asimetría? Compruébelo por varios métodos
- e) ¿En qué tipo de empresa es más homogénea la distribución de empleados?
- f) ¿Qué es más atípico, un autónomo con 30 asalariados, o una S.A. con 450?

Nota: para facilitar los cálculos, utilice en las frecuencias la unidad miles de empresas

- 3.4 Se ha realizado un estudio entre 100 mujeres mayores de 15 años, observándose el número de hijos de las mismas. El resultado ha sido:

x_i : nº hijos	n_i : nº mujeres
0	13
1	20
2	25
3	20
4	11
5	7
6	4

Se pide:

- Calcular el número medio de hijos, la mediana y la moda.
 - Calcular los cuartiles. Explique su significado en el ejercicio propuesto
 - ¿Cuál es el número máximo de hijos que tiene el 70% de las mujeres que menos hijos tienen?
 - Analizar la dispersión de la distribución con todas las medidas que conozca, interpretando los resultados.
 - Analizar la forma de la distribución calculando los coeficientes correspondientes. Comente los resultados.
- 3.5 La siguiente distribución expresa el número de coches vendidos durante una semana por cada uno de los 50 concesionarios que una determinada firma tiene en España:

x_i : nº coches vendidos	n_i : nº concesionarios
1	5
3	12
4	20
6	8
10	5

Se pide:

- Media aritmética, mediana y moda. ¿Qué puede decir de la asimetría de la distribución con estos datos?
 - ¿La variable presenta una alta dispersión? Responda utilizando la medida o medidas adecuadas para ello.
 - Comente la forma de la distribución según los coeficientes apropiados.
- 3.6 Se dispone del beneficio anual obtenido el pasado año por 38 empresas madrileñas:

Beneficio (miles €)	Nº empresas
230-280	5
280-330	7
330-580	14
580-630	9
630-780	3

Se pide:

- Calcular el beneficio medio de estas 38 empresas madrileñas.
- ¿Cuál es el beneficio mayor de la mitad de las empresas más modestas?
- Determinar el beneficio más frecuente.

- d) El 25% de las empresas más rentables ¿qué nivel de beneficios tienen?
- e) Estudiar la dispersión de esta distribución a partir del recorrido intercuartílico, desviación típica y coeficiente de variación de Pearson. Interpretar los resultados obtenidos.
- f) Estudiar la forma de esta distribución. Comentar el resultado.

3.7 La distribución del importe de las facturas por reparación de carrocería de una muestra de 80 vehículos en un taller, viene dada por la tabla siguiente:

Importe (€)	Nº facturas
0-60	10
60-80	20
80-120	40
120-240	10

Se pide:

- a) Calcular el importe medio. ¿El valor hallado es representativo de la distribución de facturas?
- b) Calcular el importe mediano y el importe más frecuente.
- c) Calcular el importe mínimo pagado por el tercio de vehículos con facturas de mayor importe.
- d) ¿Cuál es el importe máximo pagado por las 60 reparaciones más baratas?
- e) Calcular el grado de asimetría que presenta la distribución con la mayor precisión posible, e interprete el resultado.

3.8 *El País*, el 23/09/2009, publicaba un histograma con los sueldos de los españoles de 2007. Unos días más tarde, el 17/11/2009, *Cinco Días* publicaba que los sueldos de los abogados descendía en 2009 con respecto al 2008.

Nivel de los salarios

Año 2007. Bruto anual.

Remuneración (en euros)	Trabajadores (en %)
0 - 7.988	12,9
7.988 - 15.977	37,5
15.977 - 23.965	25,7
23.965 - 31.954	11,4
31.954 - 39.942	5,4
39.942 - 47.930	2,8
47.930 - 55.919	1,7
55.919 - 63.907	1,1
63.907 y más	0,5

Salario Mínimo Interprofesional (SMI)
en 2007: **7.988,4 EUROS**

Fuente: INE.

EL PAÍS

Los salarios de los abogados

Variación salarial

	Media 2008	Media 2009	Variación en %
Entrada	32.211	30.250	-6,48
Júnior	41.607	40.525	-2,67
Asociado	60.587	61.311	1,18
Sénior	92.456	88.720	-4,21
Director	137.637	139.494	1,33

Fuente: Bao & Partners y Signium International

- a) ¿Cuál fue el salario medio en 2007? (suponga que el sueldo máximo es de 500.000 euros)
- b) ¿Cuáles son la mediana y la moda de los salarios en 2007? ¿Es una distribución asimétrica?
- c) ¿Y la desviación típica? ¿Puede considerarse el salario medio representativo de la distribución de los sueldos en 2007?

- d) Supongamos que los sueldos en 2009 no hubieran variado con respecto a 2007, ¿en qué percentil estaría un abogado de Entrada? ¿Y un Júnior? ¿Y un Asociado?
- e) Si en 2008 los salarios de los españoles hubieran sido un 10% mayores a los de 2007, ¿cuál hubiera sido el sueldo medio, la moda, la mediana y la varianza?
- f) Si en 2008 los salarios de los españoles hubieran sido 5.000 euros mayores a los de 2007, ¿cuál hubiera sido el sueldo medio, la moda, la mediana y la varianza?

Notas: suponga que el sueldo máximo es 500.000 euros. Para facilitar los cálculos numéricos transforme la variable sueldos en miles de euros, y utilice las frecuencias relativas en las fórmulas que corresponda.

- 3.9** Establezca, con base estadística, en cuál de las siguientes empresas el salario está repartido de forma más equitativa.

Empresa A		Empresa B	
nº de personas	salario percibido (€)	nº de personas	salario percibido (€)
15	800	10	800
20	1000	30	1000
30	1200	35	1200
20	1500	24	1500
15	7500	1	7500

¿Qué conclusiones puede obtener del análisis de las curvas de Lorenz correspondientes?

- 3.10** Una empresa tenía a finales del pasado año mil seiscientos cincuenta accionistas distribuidos de la siguiente forma:

Nº de acciones	Nº de accionistas
0-20	1030
20-60	380
60-100	180
100-500	50
500-1000	10

Se pide:

- a) Hallar el número medio de acciones por accionista y su desviación típica.
- b) ¿Cuál es el número de acciones que como máximo posee la mitad del accionariado?
- c) Comente, con base estadística, el grado de concentración de las acciones.
- d) ¿Qué porcentaje del total de acciones poseen los accionistas mayoritarios? (accionistas mayoritarios son aquellos que poseen más de 500 acciones)
- e) ¿Qué porcentaje de los accionistas minoritarios posee el 20% del total de acciones?

- 3.11** En un aparcamiento cobran por cada minuto que está estacionado el vehículo 1,5 céntimos de €. La ocupación del aparcamiento durante la semana pasada fue la siguiente:

Tiempo de estacionamiento (min.)	nº de vehículos
0-60	1.240
60-120	3.575
120-180	746
180-240	327
240-360	218
360-1440	44

Se pide:

- Obtener el tiempo medio de estacionamiento, el más frecuente y el mediano.
- ¿A partir de qué cantidad de tiempo un vehículo está estacionado más que el 85% de los vehículos?
- Calcular los ingresos totales, el ingreso medio y el más frecuente.
- La empresa arrendataria del servicio está estudiando modificar la tarifa existente de la siguiente manera: a todos los vehículos se les cobrará 50 céntimos de € por entrar y 1,1 céntimos de € por cada minuto que tengan su coche dentro del aparcamiento. Bajo esta suposición, y con los datos de que dispone, ¿qué alternativa resultaría más ventajosa para la empresa? Razonar la respuesta.

3.12 El testamento de un hombre de negocios lega 2.500 euros a su familia repartiéndose de la siguiente forma: a su cónyuge le asigna el doble que a su hijo primogénito y a éste el doble que a cada uno de sus otros dos hermanos.

- Considerando que cada heredero ha de aplicar un impuesto de sucesiones proporcional del 20%. ¿Cuáles serán los índices de Gini en los dos casos: antes de pagar los impuestos y después de haberlo hecho? ¿Cuál de las distribuciones es más equitativa?
- Si a cada heredero se le aplicara un impuesto fijo de 125 euros, ¿cómo se vería afectado el índice de Gini original?

3.13 Se conocen los siguientes momentos de las distribuciones de frecuencias de las variables X e Y:

Variable X	Variable Y
$\bar{x} = a_1 = 2,6$	$\bar{y} = a_1 = 4,8$
$S_x^2 = m_2 = 1,16$	$S_y^2 = m_2 = 4,64$
$m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i}{N} = 0,756$	$m_3 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^3 n_i}{N} = -6,048$

Se pide:

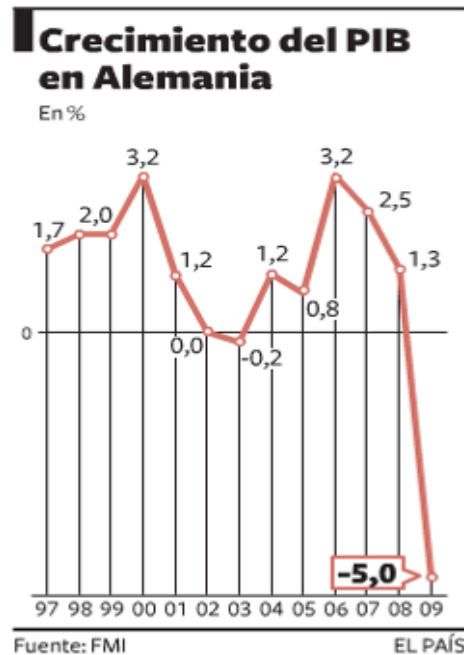
- ¿Mediante qué cambio de origen y/o escala se puede obtener la variable Y a partir de la variable X?
- ¿Qué podría decir de la asimetría de las variables X e Y?

3.14 El volumen de ventas (millones de euros) de una empresa de telefonía en el año 2009 se repartió de la siguiente manera:

- en telefonía móvil las ventas de la empresa fueron de 7,51 millones de euros. En el sector de telefonía móvil la media fue 6,61 y varianza de 86,5.
- en telefonía fija la empresa alcanzó unas ventas de 8,41 millones de euros. La media en el sector de telefonía fija fue de 7,2 y varianza de 117,79.

- ¿En qué unidades vendrá medida la varianza?
- ¿En cuál de los dos sectores está mejor situada la empresa en cuanto a su volumen de ventas? Razone la respuesta.

3.15 Dada la siguiente gráfica, publicada en El País el día 14/1/2010 con la tasa de variación del PIB alemán de los últimos años, calcule la tasa de variación media anual.



3.16 En un club de fútbol hay equipos que juegan en 3 categorías. Hay un 10% de jugadores que juegan en primera división, un 30% en segunda y un 60% en tercera división. Se sabe que en la temporada 2007-08 el sueldo medio para los jugadores de primera división fue de 500.000 euros al año, el de segunda división 300.000 €al año y para los de tercera 175.000 €al año.

- ¿Cuál fue el sueldo medio de los jugadores de todo el club?
- Para la temporada 2008-09 se ha mantenido la plantilla de los trabajadores, pero se han negociado incrementos salariales distintos para cada categoría. Se conocen sólo algunos aspectos de dicha negociación. El salario medio para el conjunto de la empresa será exactamente de 250.000 €anuales. El incremento previsto para los de primera división será del 10%, y para los de segunda un 8%. Tras conocer esta información los jugadores de tercera división deciden convocar una huelga indefinida en tanto en cuanto no se revisen los incrementos salariales pactados ya que se consideran claramente desfavorecidos. Según la información de que dispone ¿estaría de acuerdo con la actitud de dichos jugadores? Justifique su respuesta.

3.17 Una alumna de primer curso de ADE, tras los exámenes de Enero, quiere saber en qué asignatura de las cursadas en el primer cuatrimestre ocupa una mejor posición relativa según la nota obtenida. Para satisfacer su curiosidad dispone de la siguiente información:

Asignaturas	Nota obtenida por la alumna	Nota media de la asignatura	Desviación típica de las notas de la asignatura
Estadística Descriptiva	7,0	6,0	1,2
Sociología de la Empresa	6,5	6,0	1,7
Introducción al Derecho ...	6,0	5,0	2,0
Instrumentos matemáticos ...	7,2	7,0	1,4
Fundamentos de ADE	8,5	7,5	2,1

Determine en qué asignatura está situada en una mejor posición relativa.

3.18 En un barrio de la periferia de Madrid se da la siguiente distribución de renta (en miles de euros):

Renta (miles €)	Nº de Familias
3-15	70
15-35	28
35-65	2

- Obtenga la renta media y modal de dicho barrio e interprete los resultados. ¿Que conclusiones puede obtener de la comparación de ambos valores?
- En otro barrio, la renta media por familia es de 12.000€y la desviación típica de 2.400€¿Cuál de los dos barrios puede considerarse más homogéneo en rentas familiares?
- Debido a una política de subvenciones, las rentas de las familias del barrio periférico aumentan en 4.000 €¿Cambiará la conclusión obtenida en el apartado anterior?

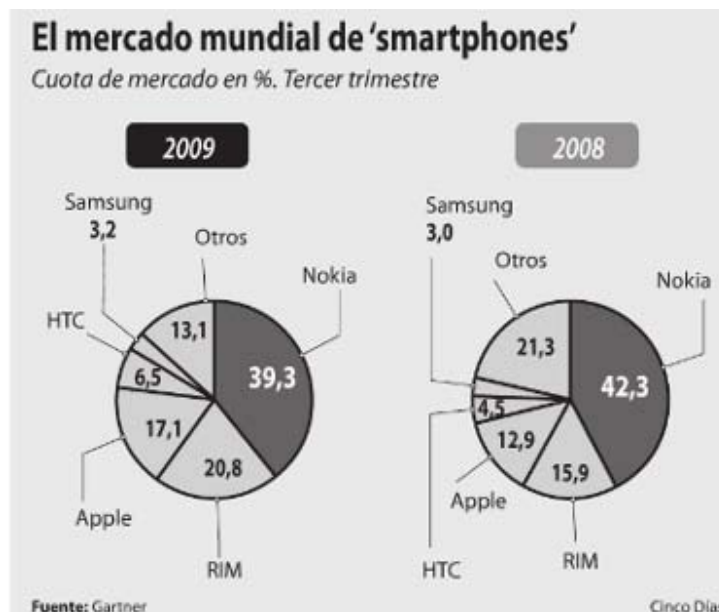
3.19 El servicio de estudios de una importante entidad bancaria está llevando a cabo un análisis de las exportaciones realizadas por las empresas del sector industrial en España. Concretamente los datos recabados han sido los siguientes:

Exportaciones (miles €)	Número de empresas (cientos)
0 – 10	4
10 – 20	20
20 – 40	10
40 – 50	10

A partir de dicha información:

- Calcule la media y la mediana de las exportaciones realizadas. ¿Qué conclusiones obtiene de la comparación de ambos indicadores?
- En Francia se ha realizado un estudio similar obteniéndose un coeficiente de variación de Pearson de 0,64. Compare este valor con el que se obtendría a partir de los datos suministrados en el ejercicio, ¿qué puede decir sobre ambas distribuciones de frecuencias a raíz de la comparación?
- En ambos países se han aprobado políticas públicas destinadas a incrementar el dinamismo del sector exportador. Como consecuencia, en España cada una de las empresas ha aumentado sus exportaciones un 1%, mientras que en Francia se ha producido un aumento lineal de las exportaciones de 1.000 euros por empresa. A tenor de esta información, ¿cree que cambiarán las conclusiones obtenidas en el apartado anterior? Justifique su respuesta.
- ¿Qué porcentaje de las exportaciones totales realizan el 40% de las empresas que menos exportan?
- Dibuje el histograma de la variable exportaciones

- 3.20 Un mercado muy importante de la economía es el de los teléfonos móviles, y en concreto el de los ‘smartphones’ (teléfonos inteligentes). El diario *Cinco Días* publicaba el 7/12/09 cómo ha evolucionado el reparto de este mercado entre los proveedores, en los dos últimos años.



Suponiendo que hay 20 empresas fabricantes:

- ¿Considera que existe una situación de elevada concentración en el mercado?
- Del 2008 al 2009 ¿el mercado ha evolucionado hacia una mayor o hacia una menor concentración?
- Piense en el efecto sobre la concentración que tendría el hecho de que aparecieran 10 nuevas empresas fabricantes, y que entraran dentro del grupo “Otros”
- ¿Considera que para saber si hay suficiente competencia, hay que tener en cuenta el total de proveedores, o tan sólo, por ejemplo, los cinco más grandes?

TEMA 4:

- 4.1 A partir de la siguiente distribución bidimensional $(X_i, Y_j; n_{ij})$, calcule las \bar{X} , \bar{Y} , S_x^2 , S_y^2 y S_{xy} . ¿Son independientes las variables X e Y?

X\Y	1	2	3
-1	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	0

- 4.2 A partir de la siguiente distribución bidimensional $(X_i, Y_j; n_{ij})$, calcule la \bar{X} , \bar{Y} , S_x^2 , S_y^2 y S_{xy} . Calcule la distribución de X condicionada a que $Y=4$. ¿Son independientes las variables X e Y?

X\Y	1	2	3	4	5
-1	2	4	6	10	8
0	1	2	3	5	4
1	3	6	9	15	12
2	4	8	12	20	16

- 4.3 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde X es el nº de miembros del hogar e Y es el nº de coches del hogar, calcule la media y varianza de la distribución del nº de coches condicionada a que el hogar esté formado por 5 miembros.

X\Y	1	2	3	4
1	7			
2	10	2		
3	11	5	1	
4	16	6	6	
5	8	6	4	2
6	1	2	3	1
7	1		1	1
8			1	1

- 4.4 Tenemos la siguiente tabla de correlaciones. Halle n_{21} para que las dos variables sean estadísticamente independientes y calcule su covarianza en este caso.

X\Y	5	7
100	8	4
250	n_{21}	6

- 4.5 Vea la situación de la liga Española tras la tercera jornada, según la publicaba El Mundo el día 22/09/2009.

	J	G	E	P	GF	GC	Pt
1. Real Madrid	3	3	0	0	11	2	9
2. Barcelona	3	3	0	0	10	2	9
3. Athletic	3	3	0	0	5	2	9
4. Mallorca	3	2	1	0	7	1	7
5. Valencia	3	2	1	0	8	4	7
6. Sevilla	3	2	0	1	6	3	6
7. Almería	3	1	1	1	1	1	4
8. Valladolid	3	1	1	1	4	5	4
9. Racing	3	1	1	1	4	6	4
10. Sporting	3	1	1	1	3	5	4
11. Málaga	3	1	0	2	4	3	3
12. Getafe	3	1	0	2	4	4	3
13. Deportivo	3	1	0	2	5	6	3
14. Espanyol	3	1	0	2	3	6	3
15. Zaragoza	3	1	0	2	3	6	3
16. Tenerife	3	1	0	2	2	6	3
17. Villarreal	3	0	2	1	4	5	2
18. Osasuna	3	0	1	2	2	5	1
19. Atlético	3	0	1	2	3	9	1
20. Xerez	3	0	0	3	0	8	0

Tomando las variables Goles a favor (GF) y Goles en contra (GC)

- Dibuje la tabla de correlaciones
- ¿Son variables independientes?
- Calcule las Distribuciones marginales.
- Calcule la distribución de los Goles a favor, condicionada a que tengo 3 o menos Goles en Contra
- Calcule la covarianza de ambas distribuciones

- 4.6 Tenemos una distribución bidimensional expresada en la siguiente tabla de correlaciones. La variable X representa los ingresos familiares mensuales en unidades de 10 €. La variable Y representa, a su vez, los metros cuadrados de la vivienda familiar.

X\Y	< 60	60-80	80-100	100-150	> 150
50-100	20	18	2	1	0
100-200	25	40	30	2	1
200-350	5	10	15	25	3
350-500	0	5	15	20	8
> 500	0	1	2	7	10

- Calcule la distribución marginal de las dos variables.
- Obtenga la distribución de la superficie de la vivienda condicionada al intervalo modal de los ingresos familiares.
- Calcule la distribución de los ingresos condicionada al intervalo mediano de vivienda familiar.
- ¿Son independientes los ingresos familiares y el tamaño de la vivienda donde habitan?

- 4.7 Se han observado, durante un mes determinado, el gasto en teléfono móvil y el ingreso total en seis familias. Los resultados obtenidos, expresados en unidades monetarias corrientes, han sido:

	Gasto en teléfono móvil	Ingreso total (miles €)
Familia 1	2	4
Familia 2	3	6
Familia 3	6	8
Familia 4	9	10
Familia 5	10	12
Familia 6	11	20

- a) Calcule la covarianza entre el gasto y el ingreso. A la vista de este resultado, ¿puede afirmar que las variables sean dependientes o independientes?
- b) Para estas 6 familias ¿Qué variable se distribuye de forma mas homogénea, el gasto en móvil o los ingresos totales?
- 4.8 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde las variables X e Y son estadísticamente independientes.

X \ Y	3	4
1	3	c
2	2	6

Se pide

- a) Determinar las distribuciones marginales de ambas variables.
- b) Calcular las medias y varianzas, así como el valor de la covarianza.
- c) Gráficamente, ¿cómo serían las rectas de regresión de Y/X y de X/Y correspondientes a esta distribución bidimensional? [este apartado corresponde al tema 5]

TEMA 5:

5.1 Presentamos un resumen de los datos de la selección Española de Baloncesto que hizo *El País* el 07/09/2009.

■ LOS JUGADORES DE ESPAÑA

Datos de las Ligas y 'play offs' de la temporada 2008-2009. Los jugadores con asterisco han cambiado de equipo este verano.

	BASES				ESCOLTAS		ALEROS		'PÍVOTS'			
												
	Carlos Cabezas	Raúl López	Ricky Rubio	Sergio Llull	Juan Carlos Navarro	Rudy Fernández	Alex Mumbrú	Víctor Claver	Jorge Garbajosa	Marc Gasol	Pau Gasol	Felipe Reyes
	1,86 m	1,82 m	1,90 m	1,90 m	1,92 m	1,95 m	2,02 m	2,05 m	2,04 m	2,15 m	2,15 m	2,06 m
	Khimki*	Khimki*	Barcelona*	Real Madrid	Barcelona	Portland	Bilbao*	Valencia	Real Madrid*	Memphis	L.A. Lakers	Real Madrid
Partidos	28	32	25	28	37	84	35	18	28	82	104	36
Minutos	20,0	24,0	22,3	21,0	29,0	26,0	21,5	24,0	25,6	30,0	39,0	26,5
Rebotes	2,1	1,0	2,9	1,6	2,0	2,7	3,4	4,5	4,0	7,4	10,2	7,9
Asistencias	1,9	3,7	4,9	2,5	4,1	1,5	1,5	0,5	2,2	1,7	3,0	1,9
Robos	1,0	1,0	2,2	1,3	2,1	1,1	0,5	1,3	1,0	0,8	0,7	1,1
Puntos	9,5	7,5	9,0	8,9	15,8	17,9	9,1	5,4	8,2	11,9	18,6	14,0

Fuente: Eurobasket 2009, FEB y elaboración propia.

EL PAÍS

- Represente la nube de puntos de los 'Puntos marcados', frente a la 'Altura' de los jugadores
- ¿Es razonable pensar que la altura explica los puntos marcados? Razónelo a partir de la gráfica anterior, pero también cuantifíquelo.
- ¿Qué parte no estaría explicado por lo altura?
- ¿Cuántos puntos debería marcar un jugador que midiera 1,70?

Nota: puede realizar numerosos ejercicios extra, combinando las distintas variables Minutos, Rebotes, Asistencias, Robos, Puntos y Altura

5.2 Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = -5Y + 10
 \end{aligned}$$

5.3 Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una misma serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = 5Y + 10
 \end{aligned}$$

Si se acepta como válida la recta Y/X, ¿entre qué valores puede variar el parámetro b', de la recta X/Y?

- 5.4 Las notas en Estadística (X) y en Matemáticas (Y) obtenidas por 10 alumnos elegidos al azar en un grupo de primer curso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales han sido las siguientes, según el orden de selección de la muestra:

Nº orden	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
X_i	9	7	3	6	7	5	10	8	2	5
Y_i	8	5	4	2	9	6	10	9	1	5

- Represente la nube de puntos correspondiente a esta distribución. ¿Qué hipótesis pueden hacerse a la vista de esta representación?
- Estime los parámetros de la recta de regresión de Y/X. Interprete los coeficientes calculados.
- Estime los parámetros de la recta de regresión de X/Y. Interprete los coeficientes calculados, y compare ambas rectas.
- Represente las dos rectas de regresión junto a la nube de puntos.
- ¿Es bueno el ajuste de la recta de Y/X a la nube de puntos? ¿Y el de la recta de X/Y?
- Calcule la varianza residual en la regresión Y/X. ¿Coincidirá con la varianza residual en la regresión X/Y? . Compruébelo.
- Para un alumno que haya obtenido un 7 en Matemáticas ¿qué nota le pronosticaría en Estadística?
- Para un alumno que haya obtenido un 4 en Estadística ¿qué nota le pronosticaría en Matemáticas?

- 5.5 El coeficiente de correlación entre dos variables X e Y es 0,6. Sabiendo además

VARIABLE	MEDIA	DESV. TIPICA
X	10	1,5
Y	20	2

- Halle las rectas de regresión Y/X y de X/Y.
- Calcule la varianza residual para las dos regresiones anteriores.

- 5.6 Se desea estudiar la repercusión que tiene los días de lluvia en el número de visitas a un zoo. Para ello, se observaron las siguientes variables, durante los últimos diez años, siendo Y = N° de visitas anuales, en miles, y X = N° de días de lluvia al año:

Año	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Y:	107	105,5	105	104,4	104,3	104	103,7	103,4	103,1	103
X:	18	26	30	33	38	39	42	44	46	49

- Calcule el coeficiente de correlación lineal e interprete el valor hallado.
- Obtenga la recta de regresión que explique el número de visitas anuales en función del número de días de lluvia.
- ¿Qué previsión de visitas habrá para el año próximo si el Instituto Metereológico informa que lloverá 40 días? ¿Qué grado de fiabilidad tendrá esta predicción?
- Dada la bondad del ajuste realizado, ¿puede graficar esquemáticamente las rectas Y/X y X/Y?
- Obtenga la recta de regresión X/Y y represéntela junto a la recta de regresión Y/X y la nube de puntos.

- 5.7 La liga ACB, según publicaba *El País* el 31/12/2009 tras la Jornada 15, donde viene los partidos jugados (J), los ganados (G), los perdidos (P), los puntos a favor (F) y los puntos en contra (C).

LIGA ACB					
15ª JORNADA					
	J.	G.	P.	F.	C.
1. Barcelona	15	14	1	1.175	924
2. Caja Laboral	15	12	3	1.191	1.094
3. Real Madrid	15	11	4	1.149	1.066
4. Valencia	15	11	4	1.143	1.103
5. DKV Joventut	15	10	5	1.167	1.133
6. Cajasol	15	9	6	1.110	1.032
7. Lagun Aro	15	7	8	1.172	1.185
8. Estudiantes	15	7	8	1.135	1.157
9. Manresa	15	7	8	1.046	1.115
10. Unicaja	15	6	9	1.134	1.103
11. Gran Canaria	15	6	9	1.126	1.107
12. Granada	15	6	9	1.139	1.179
13. Xacobeo	15	6	9	1.117	1.158
14. Fuenlabrada	15	6	9	1.114	1.199
15. Alicante	15	5	10	1.142	1.196
16. Valladolid	15	5	10	1.068	1.154
17. Bilbao	15	4	11	1.104	1.155
18. Murcia	15	3	12	1.079	1.251

- a) ¿En qué grado marcar más puntos, implica ganar más partidos?
 b) ¿Existe una correlación entre los partidos ganados y perdidos? ¿Cual es la varianza residual?
 c) ¿Qué es más determinante para ganar partidos, tener más puntos a favor, o menos en contra?

- 5.8 En una distribución bidimensional (X,Y) se ha ajustado una regresión lineal entre las dos variables. Se sabe que $r = 0,8$, que $S_x = 4$, que $\bar{Y} = 2$, y que la recta de regresión de X sobre Y ajustada es $Y = 4X$. Se pide:

- a) Calcular los valores de S_{xy} , S_y^2 y \bar{X} .
 b) Calcular la recta de regresión de Y sobre X.
 c) Calcular la varianza residual en la regresión de X sobre Y.

- 5.9 Dados los siguientes datos sobre las variables X e Y, donde X = PIB per capita (en miles de dólares) e Y = Tasa natural de crecimiento demográfico, referidos a 162 países de todo el mundo.

$$\begin{array}{ll}
 \sum y = 2.886,4 & \sum y^2 = 172.291,2 \\
 \sum x = 978,9 & \sum x^2 = 17.569,9 \\
 \sum xy = 8.938,4 &
 \end{array}$$

- a) Obtenga la recta de regresión que pretende explicar la tasa natural de crecimiento en función de la renta del país.
 b) Interprete los coeficientes de la recta estimada.

- c) Obtenga una medida de la bondad del ajuste y califique si éste es bueno.
- d) Para dentro de 10 años se estima que la tasa de crecimiento demográfico descenderá en 3 puntos y que el PIB pc crecerá en un 15% ¿Cómo será la recta de regresión bajo ambas hipótesis? ¿Mejorará el ajuste entre las dos variables?

5.10 Sabemos que las rectas de regresión de X/Y y de Y/X son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 Y/X: & Y = 3 + 2 X \\
 X/Y: & X = 2 + 0,3 Y
 \end{aligned}$$

Conociendo además que $S_{XY} = 3,2$. Obtenga la varianza residual de la regresión de Y/X y la varianza residual de la regresión de X/Y .

5.11 Sabiendo que para una distribución bidimensional $(X, Y; n_{ij})$:

$$r = 0,7 \quad S_x = 1,2 \quad \bar{Y} = 4 \quad X/Y: X = 0,6 + 0,44 Y$$

Obtenga:

- La media de X .
- La recta de regresión de Y/X .
- Varianza de Y .
- La covarianza de ambas variables.

5.12 ¿Cuáles de los siguientes pares de posibles rectas de regresión de Y/X y de X/Y realmente pueden serlo? Razone la respuesta.

- $Y = 3 + 4 X$ siendo $X = 2 + Y$
- $Y = 3 + 2 X$ siendo $X = 2 - 0,3 Y$
- $Y = 3 + 2 X$ siendo $X = 2 + 0,2 Y$

5.13 Sean las siguientes ecuaciones las rectas de regresión de una variable bidimensional $(Y, X; n_{ij})$.

$$\begin{aligned}
 X-2Y &= 3 \\
 X-4y &= 2
 \end{aligned}$$

- ¿Cuál de estas rectas corresponde a la regresión de Y/X y cuál a la regresión de X/Y ?
- Calcule las medias aritméticas de Y y de X .
- ¿Cuánto vale el coeficiente de correlación lineal?

5.14 De una distribución bidimensional (X_i, Y_j, n_{ij}) sabemos que $\bar{x} = 10$ y $S_{xy} = 10$. Ambas rectas de regresión pasan por el punto $(0,0)$. ¿Cuál es el grado de bondad del ajuste?

5.15 A partir de un conjunto de datos sobre las variables X e Y se ha calculado la regresión de Y sobre X , obteniéndose los siguientes resultados:

$$Y = 10 + 0,45 X \quad r^2 = 0,9 \quad \bar{X} = 20$$

Calcule los parámetros de la regresión de X sobre Y .

5.16 Compruebe si son coherentes los resultados obtenidos al ajustar la recta de regresión:

a) $Y = a + b X$, $\Rightarrow S_{xy} = 20 \quad S_x^2 = 10 \quad \bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 4 \quad a = 3$

b) $Y = a + b X$, $\Rightarrow S_y^2 = 4 \quad S_{xy} = 4 \quad S_{ry}^2 = 0,4 \quad S_x^2 = 5$

5.17 Una de las medidas barajadas ante la situación de crisis actual consiste en rebajar el tipo impositivo del IRPF (impuesto sobre la renta de las personas físicas) con el propósito de conseguir un aumento del consumo y, por ende, una reactivación de la economía. Para probar la eficacia de la medida ésta se aplica de forma experimental a un grupo de ciudadanos, recogiendo información sobre la variación experimentada en su consumo a raíz de variar el tipo impositivo del IRPF. La variación en el consumo (Y) se ha expresado en cientos de euros, mientras que la variación en el tipo impositivo (X) se ha expresado en porcentaje. A partir de los datos se han obtenido los siguientes momentos respecto al origen:

	X	Y
$a_1 = \frac{\sum x}{N}$	-1,03	13,3
$a_2 = \frac{\sum x^2}{N}$	1,343	219,5
$a_{11} = \frac{\sum xy}{N}$	-16,84	

- Con la información suministrada, ¿Cree que la medida va a tener los efectos deseados? Justifique su respuesta.
- ¿Cuál sería la bondad del ajuste de la regresión lineal de Y sobre X? Interprete el resultado obtenido.
- Obtenga el coeficiente de correlación lineal e interprételo.
- Suponga que otro economista ha realizado una regresión lineal de Y sobre X en la que la variable Y se ha expresado en euros mientras que la variable X se ha expresado en tanto por uno. ¿Cómo variarían los valores de los coeficientes de la recta obtenida con estas nuevas unidades de medida?

5.18 Demuestre que la suma de los errores resultantes de un modelo de regresión lineal simple, ajustado por mínimos cuadrados es igual a cero.

- 5.19 Si usted prestara dinero, ¿que considera que tiene más riesgo? ¿prestarlo a 1 semana o a 12 meses? En los préstamos, el riesgo se repercute a través del tipo de interés que hay que pagar. El diario *Cinco Días* publicaba el 28/10/2009 el tipo de interés que se pagan los banco unos a otros (interbancario) cuando se prestan dinero a través del mercado londinense, según sea en Euros, Dólares, Libras...

TIPOS INTERBANCARIOS DE LONDRES (LIBOR)							
Monedas	Euro	Dólar EEUU	Libra esterlina	Yen japonés	Franco suizo	Dólar australiano	Dólar canadiense
1 Semana	0,32500	0,22500	0,51060	0,14000	0,06250	3,33500	0,25250
1 Mes	0,39000	0,24350	0,51440	0,16440	0,09330	3,62500	0,30000
2 Meses	0,53000	0,25400	0,53750	0,24190	0,17170	3,76250	0,40000
3 Meses	0,67880	0,28060	0,59380	0,32440	0,26180	3,92500	0,49830
4 Meses	0,78380	0,36090	0,67250	0,42440	0,29500	4,11000	0,60170
5 Meses	0,88380	0,47550	0,73620	0,47000	0,32920	4,31250	0,72330
6 Meses	0,99810	0,57690	0,80380	0,53120	0,38330	4,49000	0,86830
7 Meses	1,04000	0,69750	0,86500	0,58750	0,43670	4,73880	0,98000
8 Meses	1,08500	0,81810	0,92880	0,62880	0,48830	4,91250	1,08330
9 Meses	1,13620	0,93500	0,98750	0,66440	0,53830	5,13000	1,20000
10 Meses	1,17000	1,03810	1,04880	0,70380	0,59000	5,30000	1,30000
11 Meses	1,20500	1,13880	1,10750	0,72690	0,64170	5,40000	1,40000
12 Meses	1,23620	1,23620	1,17120	0,75750	0,68830	5,52250	1,50000

- a) Centrándonos en el Euro (segunda columna), ¿qué parte del riesgo no es debido al plazo al que se presta?
- b) ¿Qué tipo de interés debería tener un préstamo en euros a 24 meses?
- c) Si un banco paga un 1,07% de interés, ¿a qué plazo lo ha pedido?

Nota: el alumno puede hacer ejercicios extra usando el resto de monedas, y también viendo la correlación entre dos monedas.

TEMA 6:

- 6.1** Una empresa estudia la evolución en los últimos 5 años de los precios (en €) de tres componentes (A, B, C) necesarios para construir una pieza de recambio.

año	A	B	C
1	3,0	4,0	1,0
2	4,0	6,0	1,5
3	5,0	6,5	2,0
4	4,5	7,0	2,5
5	7,0	4,0	3,0

- a) Calcule un índice simple para estudiar la evolución del precio del componente A tomando como periodo de referencia el año 1. Interprete el valor de los números índices calculados
- b) Calcule un índice complejo de la evolución del precio de la pieza, utilizando una media aritmética de índices simples y tomando como referencia el año 1.
- c) Suponiendo que en cada pieza van 5 unidades del componente A, 10 del B y 15 del C, calcule la serie de índices de precios para la pieza de recambio tomando como referencia el periodo 1 y usando una media aritmética ponderada de los índices simples. Analice cómo varían los resultados, y cuál es el incremento medio anual de precios a partir del índice complejo media aritmética ponderada.

- 6.2** El consumo en combustible de una empresa (en miles de litros) y los índices de precios del combustible en seis años han sido:

Año	Consumo (miles litros)	Índice (base 2005=100%)
2002	60	91%
2003	70	93%
2004	75	95%
2005	78	100%
2006	80	114%
2007	85	120%

Sabiendo que el precio del combustible fue de 1,5 €/litro en el año 2007, calcule el gasto en combustible de la empresa en cada año.

- 6.3** A continuación tenemos los precios y cantidades vendidas de los tres productos que fabrica una determinada empresa, durante los tres últimos años:

t	P _A	P _B	P _C	Q _A	Q _B	Q _C
0	4	10	15	2	2	3
1	6	11	20	5	1	3
2	5	12	25	4	1	2

- a) Obtenga los índices de precios y de cantidades de Paasche, de Laspeyres y de Fisher para estos tres períodos considerando como base el periodo 0.
- b) Obtenga los índices de valor.

- 6.4 Un grupo de estudiantes decide analizar la evolución de los precios de tres artículos que consumen en sus tiempos de ocio: discoteca, cine y conciertos. Para ello recogen a lo largo de dos años el precio de las entradas (P_i) y el número de veces que asisten a lo largo de un año (Q_i). Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Año	discoteca		cine		conciertos	
	P_i (€)	Q_i	P_i	Q_i	P_i	Q_i
2006	12	25	5	70	30	10
2007	15	30	6	80	40	25

Obtenga los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fisher tomando como base el año 2006. Comente los resultados obtenidos.

- 6.5 Antonio alquiló un local el 1 de enero de 2005 por 3.000 euros mensuales, impuestos no incluidos. La revisión del alquiler se efectúa según los valores del IPC. Dispone de una tabla con información sobre el IPC de cada año (base 2000=100%).

Mes de enero	2005	2006	2007
IPC %	128,712	133,413	138,34

Antonio quiere saber cuál será la renta que tendrá que pagar en 2008 si la previsión del IPC para enero de 2008 es un incremento del 3,4% sobre el mes de enero del año 2007.

- 6.6 Se conoce la información sobre la evolución de los precios de los bienes y servicios consumidos por un estudiante. Rellene el siguiente cuadro con las cantidades correspondientes

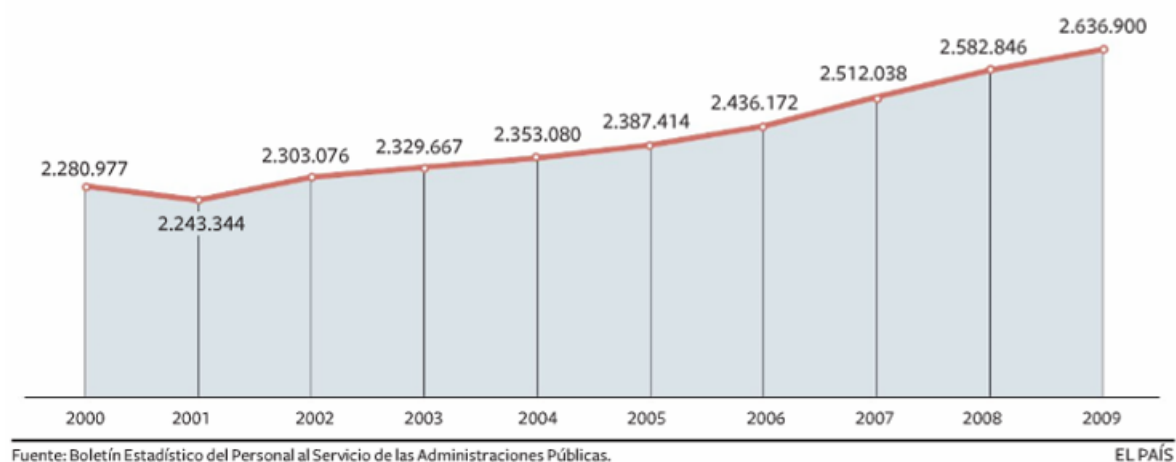
AÑO	Índ. General	Índ. cafetería	Índ. transporte	Índ. ocio	Índ. otros
2006		149%	157%	133%	142%
2007		160%	165%	143%	
Ponderación	100%	15%	35%		20%
Tasa Variación interanual					4,2%

- 6.7 En la elaboración de un índice de precios, en un determinado período se decide cambiar la base cortándose la serie en dicho período. Enlace las dos series de manera que se obtenga una serie completa con base 100% en 2004.

Año	Índice base 100% = 2001	Índice base 100% = 2004
2001	100%	
2002	120%	
2003	150%	
2004	180%	100%
2005		110%
2006		133%
2007		150%

- 6.8 El diario *El País* publicaba el 23/11/2009 cómo había evolucionado el número de personas al servicio de las Administraciones Públicas, desde el año 2000.

■ EVOLUCIÓN



- Construya el número Índice correspondiente, entre los años 2000 y 2009 (el número Índice de Personas al Servicio de las Administraciones Públicas), base 2000, y base 2009
- Calcule las Tasas de Variación correspondientes a cada año
- Calcule la Tasa de Variación Media en el periodo 2000-2009

- 6.9 En cierto país el salario medio por hora, en unidades monetarias corrientes, de los trabajadores de un determinado sector productivo y los Índices de Precios de Consumo a lo largo de seis años fueron:

Años	Salario/hora (€)	Índice de Precios (2000 = 100%)
2002	5,2	144%
2003	5,8	166%
2004	6,0	179%
2005	6,3	194%
2006	6,4	204%
2007	8,4	209%

- Expresar el salario en unidades monetarias constantes del año 2002.
 - ¿Cuáles fueron las tasas de variación interanual del salario en términos corrientes durante estos años?
 - ¿Cuáles fueron las tasas de variación interanual del salario en términos reales durante estos años?
 - Calcule la tasa de variación media anual de los salarios en el periodo 2002-07, en términos nominales y reales.
- 6.10 Las cantidades aportadas anualmente a un plan de pensiones por una persona durante seis años, y los correspondientes valores del IPC fueron los siguientes:

Año	IPC (2000 = 100%)	Pagos (€)
2002	121,561	500
2003	123,791	900
2004	126,651	1.200
2005	131,000	1.450
2006	135,702	1.500
2007	140,450	1.670

La empresa desea saber cuál es la valoración, en euros de 2006, de la suma total de pagos efectuados en el periodo 2002-2007.

6.11 Dados los siguientes datos:

Índice de cantidad de Paasche: $Q_P^{07}_{97} = 140\%$

Índice de cantidad de Laspeyres: $Q_L^{07}_{97} = 135\%$

Índice de precios de Laspeyres: $P_L^{07}_{97} = 180\%$

Valor de la producción del año 1997 a precios de ese año: $Y_{97} = 200$ millones de euros.

Calcúlese:

- El índice de precios de Fisher de 2007 con base 100% en 1997.
- El valor de la producción de 2007 a precios de dicho año.
- El valor de la producción de 2007 a precios de 1997.
- El incremento medio anual de la producción habido en el período 1997 - 2007.

6.12 De un sistema de índices de cotización de bolsa, con base 100% en 2000, se tiene la siguiente información estadística relativa a la cotización de las 5 compañías en que ha invertido el Sr. Peláez. La ponderación informa del reparto de la cartera de inversión del Sr. Peláez.

Cía.	Ponderación %	Índices simples 2005	Índices simples 2006	Índices simples 2007
a	50%	110%	112%	120%
b	14%	105%	105%	110%
c	9%	108%	110%	114%
d	10%	104%	108%	110%
e	17%	106%	107%	110%

Calcúlense:

- Los índices de cotización de la cartera de inversión del Sr. Peláez para los años 2005, 2006, y 2007.
- ¿Qué variaciones anuales (en porcentaje) se han producido en la cotización de la cartera de inversión en los años 2006 y 2007?

6.13 El conjunto de bienes de consumo se ha clasificado en tres grupos. Los precios y cantidades de cada grupo son los siguientes:

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Año	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₃	Q ₃
2004	3	5	7	3	8	4
2005	4	7	9	8	10	10
2006	5	8	6	4	8	8
2007	6	5	7	7	10	10

Calcule:

- Los índices de precios de Paasche, con base en el año 2004.
- Dados los siguientes salarios monetarios:
 - Año 2004: 120 u.m.
 - Año 2005: 140 u.m.
 - Año 2006: 180 u.m.
 - Año 2007: 200 u.m.

Expresa dichos salarios en unidades monetarias del año 2004.

- 6.14** Una persona invirtió 6.000 euros en acciones de Telefónica en 2004. Los índices de cotización de Telefónica y de un Índice general de Precios en los años siguientes fueron:

Año	Índice cotizaciones (base 2004 = 100%)	Índice Precios (base 2000 = 100%)
2004	100,00%	126,651%
2005	95,312%	131,000%
2006	83,254%	135,702%
2007	75,584%	140,450%

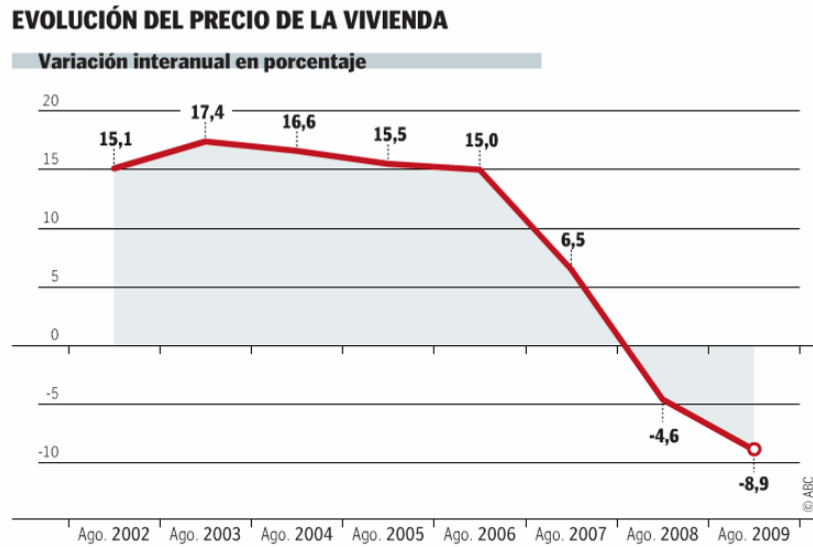
¿Cuál es el valor de su inversión a final de 2007 a precios corrientes? ¿Y a precios constantes de 2004?

- 6.15** Una empresa de alquiler de coches ha obtenido los siguientes beneficios netos en miles de euros corrientes en los últimos años. El Índice de Precios del subsector ha seguido la evolución que también se refleja en la siguiente tabla:

Años	Beneficios Netos (10 ³ euros)	Índice de Precios (2003 = 100%)
2002	72,4	97%
2003	78,7	100%
2004	80,0	104%
2005	83,1	110%
2006	84,9	112%
2007	94,3	119%

- Calcule los Beneficios Netos en miles de euros, a precios constantes de 2005.
 - Calcule las tasas de variación interanuales de los beneficios netos, en miles de euros corrientes y constantes.
 - Calcule la tasa media de variación anual para el periodo considerado, en términos corrientes y constantes.
 - Construya un Número Índice para los Beneficios de la Empresa con base 100 en 2002.
- 6.16** El PIB per cápita del país A era en el año 2008 de 30.000 € mientras que el PIB per cápita del país B era de 32.000 €. Si el PIB per cápita del país A crece a una tasa media anual acumulativa del 2,6% y el del país B lo hace al 2%, ¿cuántos años serán necesarios para que ambos países tengan el mismo PIB per cápita? ¿A qué tasa media anual acumulativa tendría que haber crecido el PIB per cápita del país A para alcanzar al país B en 6 años?

6.17 El diario ABC publicaba el 9/9/2009 la evolución del precio de la vivienda entre los años 2002 y 2009



- ¿Podemos calcular la subida acumulada hasta 2009 desde 2001, o tan sólo desde 2002?
- ¿Cual es la subida acumulada hasta 2009?
- ¿Cuál es la subida media?

TEMA 7:

7.1 La siguiente serie temporal expresa la evolución de los gastos en medicamentos en cientos de millones.

trimestre	2005	2006	2007
1	5	6	6
2	6	7	4
3	5	6	6
4	4	5	7

Obtenga la tendencia de dicha serie mediante:

- el ajuste de una recta a los valores de la variable
- el método de las medias móviles.

7.2 Calcule las predicciones trimestrales de la importación de componentes electrónicos (en millones de euros) para el año 2008 suponiendo un esquema de agregación multiplicativo. Los IVEs calculados a partir de los datos disponibles para el periodo 2005-2007 son los siguientes:

$$IVE_1 = 1,01; \quad IVE_2 = 1,03; \quad IVE_3 = 1,03; \quad IVE_4 = 0,93$$

Por otro lado, el componente Ciclo-Tendencia determinado por el método de ajuste de una recta a los valores de la serie se ajusta a la regresión: $CT_t = 2,2 + 0,5 t$

Nota: se ha dispuesto de los datos trimestrales desde 2005.1 hasta 2007.4

7.3 Se conocen los datos de la serie trimestral de paro de un determinado país desde 2003 a 2007. Suponiendo que sus componentes se agregan según un esquema multiplicativo y sabiendo que:

- $IVE_1 = 99,479\%$ $IVE_3 = 100,39\%$ $IVE_4 = 101,89\%$
- el coeficiente **b** de la recta de regresión que explica los datos de parados en función del tiempo vale 47,06 y el coeficiente **a** vale 93,45 ($t=1, 2, \dots$):

Prediga el valor de la serie para los dos primeros trimestres de 2008.

7.4 Dada la siguiente serie temporal:

Trimestre	2005	2006	2007
1º	2,0	2,2	2,2
2º	3,1	3,0	3,5
3º	2,6	2,8	4,3
4º	1,8	2,0	2,1

Se pide:

- Desestacionalizar la serie bajo la hipótesis de modelo multiplicativo.
- Realizar un análisis de los residuos utilizando como modelo de tendencia una recta ajustada a los valores de la serie y como índices de variación estacional los obtenidos en el apartado anterior.
- Predecir los valores trimestrales de la serie para el año 2008.

- 7.5 Analice la serie de coste laboral por hora efectiva (€), previa determinación gráfica del modelo agregativo (*) que sigue la serie, y ofrezca una predicción para los dos primeros trimestres del año 2004.

Trimestre	2000	2001	2002	2003
1º	11,32	11,79	12,77	13,24
2º	12,24	12,74	13,03	14,12
3º	13,33	13,92	14,50	15,03
4º	13,34	14,02	14,60	15,09

Fuente: INE

(*) Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo.

- 7.6 Las ventas de una cadena local de supermercados están reflejadas en la siguiente tabla de valores trimestrales:

Trimestre	2005	2006	2007
1º	1,9	2,1	2,3
2º	3,2	2,9	3,6
3º	2,5	2,6	4,1
4º	1,7	2,0	2,0

- Obtenga la componente estacional (índices de variación estacional) e interprete los resultados obtenidos.
- Graficar la serie original junto con la serie desestacionalizada.

- 7.7 Se dispone de información relativa a cinco años (desde enero de 2004 hasta diciembre de 2008) sobre las ventas mensuales (en miles de euros) de una determinada compañía. Con estos datos se ha realizado un análisis de series temporales obteniéndose un modelo de tendencia (mediante el ajuste de una recta a los valores de la serie) y un modelo de estacionalidad (obteniendo los IVEs a partir del método de la razón a la media móvil). Dichos modelos se muestran a continuación:

Modelo de tendencia:

$$T_t = 217,25 + 1,25 t \quad (\text{para } t = 1, 2, \dots, 60)$$

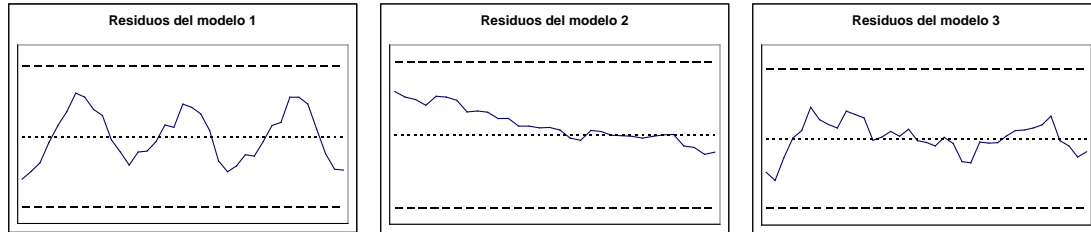
Modelo de estacionalidad:

$$\begin{array}{cccccc}
 IVE_{01} = 1,04 & IVE_{02} = 1,07 & IVE_{03} = 1,05 & IVE_{04} = 1,00 & IVE_{05} = 0,98 & IVE_{06} = 0,95 \\
 IVE_{07} = 0,90 & IVE_{08} = 0,93 & IVE_{09} = 0,95 & IVE_{10} = 1,02 & IVE_{11} = 1,03 & IVE_{12} = ?
 \end{array}$$

Se pide:

- Determine el valor del IVE_{12} e interprete el modelo de estacionalidad obtenido.
- Interprete el modelo de tendencia obtenido.
- Obtenga la predicción del valor de las ventas de los tres primeros meses de 2009.

- 7.8 Suponiendo un esquema de agregación multiplicativo se han planteado tres modelos diferentes para analizar una serie temporal. Los residuos obtenidos en cada uno de los modelos se representan a continuación junto con la media (banda central de cada gráfico) y el intervalo en torno a la media de ± 3 desviaciones típicas (bandas superior e inferior de cada gráfico). A la vista de los gráficos de residuos, ¿qué puede decir sobre cada uno de los modelos planteados?



- 7.9 Se dispone de la siguiente serie cuatrimestral de gasto en telefonía móvil de una empresa (miles de euros):

	2005	2006	2007	2008
Cuatrimstre 1	3,5	4,0	4,8	5,0
Cuatrimstre 2	4,0	4,8	5,2	6,0
Cuatrimstre 3	3,0	3,5	4,0	4,8

- Determinar la tendencia de la serie por el método de las medias móviles.
- Según el modelo de agregación que determine (*), calcular e interpretar los IVEs correspondientes.
- Si el modelo de tendencia, habiéndose ajustado una recta es $T_t = 3,27 + 0,17 t$, siendo $t = 1, 2, \dots$ ¿qué interpretación tiene el coeficiente $b = 0,17$?
- ¿Cuál será la predicción de gasto en móvil para el primer cuatrimestre de 2009?

(*). Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo