

**COLECCIÓN
DE
PROBLEMAS**

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

CURSO 2009/10

Nuevo Grado de Economía
Nuevo Grado de Administración y Dirección de Empresas

TEMA 2:

2.1 Se ha realizado una encuesta en 30 hogares en la que se les pregunta el nº de individuos que conviven en el domicilio habitualmente. Las respuestas obtenidas han sido las siguientes:

4, 4, 1, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 6, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 8, 3, 5, 3, 4, 7, 2, 3.

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- ¿Qué proporción de hogares está compuesto por tres o menos personas? ¿Qué proporción de individuos vive en hogares con tres o menos miembros?
- Dibuje el diagrama de frecuencias absolutas y el diagrama acumulativo de frecuencias.
- Agrupe por intervalos de amplitud 2 los valores de la variable, calcule su distribución de frecuencias y represente con los correspondientes gráficos las frecuencias absolutas y acumuladas.

2.2 Tenemos la siguiente información sobre el gasto semanal en ocio de un grupo de estudiantes universitarios.

NIVEL DE GASTO (€)	Nº DE JÓVENES
0-5	4
5-10	11
10-15	16
15-20	22
20-25	8
25-30	6

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable y las densidades de frecuencias.
- Dibuje el histograma de frecuencias.
- Dibuje el polígono de frecuencias acumuladas.
- ¿Qué proporción de jóvenes gastan en ocio más de 20 € semanales?

2.3 En un estudio sobre consumo de gasolina en una gran ciudad se eligió una muestra de 100 vehículos y se observó el número de litros que consumían en un día, obteniéndose la siguiente distribución de frecuencias.

Nº de litros	Nº de automóviles
1-7	4
7-10	8
10-12	35
12-14	30
14-18	20
18-25	3

- Calcule la distribución de frecuencias, obteniendo, además, la amplitud de cada intervalo así como sus respectivas marcas de clase y las densidades de frecuencia.
- Represente gráficamente la distribución de frecuencias mediante un histograma.
- ¿Qué porcentaje de automóviles consumen entre 12 y 18 litros al día?

2.4 Se realiza un estudio en una ciudad sobre la capacidad hotelera y se obtienen los siguientes resultados:

PLAZAS	Nº DE HOTELES
0-10	25
10-30	50
30-60	55
60-100	20

- Represente gráficamente esta distribución de frecuencias mediante un histograma.
- ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 11 y 60 plazas?
- ¿Cuántos hoteles tienen treinta o menos plazas?
- Calcule las marcas de clase de cada intervalo.
- ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 15 y 50 plazas? ¿Qué hipótesis hace para este último cálculo?

2.5 Una entidad bancaria dispone de 50 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas para un estudio posterior. Las observaciones obtenidas han sido:

12, 10, 9, 11, 15, 16, 9, 10, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 11, 11, 12, 16, 17, 17, 16, 16, 15, 14, 12, 11, 11, 12, 12, 12, 15, 13, 14, 16, 15, 18, 19, 18, 10, 11, 12, 12, 11, 13, 13, 15, 13, 11, 12.

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- ¿Qué proporción de sucursales tiene más de 15 empleados?
- Dibuje el diagrama de barras y el diagrama acumulativo de frecuencias correspondientes.
- Agrupe en intervalos de amplitud 3 los valores de la variable, calcule su distribución de frecuencias y represente su histograma y su polígono de frecuencias acumuladas.
- Agrupe la variable en los intervalos que considere conveniente de amplitud variable, calcule las densidades de frecuencia de cada intervalo y represente el histograma correspondiente.

TEMA 3:

- 3.1** Una determinada cartera de valores ha pasado en 16 años de tener un valor de 1.000 € a un valor de 4.728 €. Halle la tasa media anual acumulativa de crecimiento.
- 3.2** Una persona invirtió 3000 euros durante diez años, con una rentabilidad media del 5,9% a interés compuesto. Los tres primeros años obtuvo un interés del 5,2% y los tres siguientes del 6,4%. Suponiendo que en los cuatro últimos años se aplicó el mismo tipo de interés, ¿cuál fue la rentabilidad anual en los últimos 4 años?
- 3.3** El gasto de dos grupos de familias durante un cierto período de tiempo ha sido el siguiente:

GRUPO A		GRUPO B	
Gasto (10^2 €)	Nº de familias	Gasto (10^2 €)	Nº de familias
10	14	8	10
12	16	10	20
14	20	11	25
16	15	13	20
18	18	15	10
20	17	18	10
		20	5

Determine cuál de los dos grupos es más homogéneo respecto a su gasto, con explicación de los pasos aplicados y de los resultados obtenidos.

- 3.4** Se ha realizado un estudio entre 100 mujeres mayores de 15 años, observándose el número de hijos de las mismas. El resultado ha sido:

X_i : nº hijos	n_i : nº mujeres
0	13
1	20
2	25
3	20
4	11
5	7
6	4

Se pide:

- Calcular el número medio de hijos, la mediana y la moda.
- Calcular los cuartiles. Explique su significado en el ejercicio propuesto
- ¿Cuál es el número máximo de hijos que tiene el 70% de las mujeres que menos hijos tienen?
- Analizar la dispersión de la distribución con todas las medidas que conozca, interpretando los resultados.
- Analizar la forma de la distribución calculando los coeficientes correspondientes. Comente los resultados.

- 3.5 La siguiente distribución expresa el número de coches vendidos durante una semana por cada uno de los 50 concesionarios que una determinada firma tiene en España:

x_i : nº coches vendidos	n_i : nº concesionarios
1	5
3	12
4	20
6	8
10	5

Se pide:

- Media aritmética, mediana y moda. ¿Qué puede decir de la asimetría de la distribución con estos datos?
- ¿La variable presenta una alta dispersión? Responda utilizando la medida o medidas adecuadas para ello.
- Comente la forma de la distribución según los coeficientes apropiados.

- 3.6 Se dispone del beneficio anual obtenido el pasado año por 38 empresas madrileñas:

Beneficio (miles €)	Nº empresas
230-280	5
280-330	7
330-580	14
580-630	9
630-780	3

Se pide:

- Calcular el beneficio medio de estas 38 empresas madrileñas.
- ¿Cuál es el beneficio mayor de la mitad de las empresas más modestas?
- Determinar el beneficio más frecuente.
- Estudiar la dispersión de esta distribución a partir del recorrido intercuartílico, desviación típica y coeficiente de variación de Pearson. Interpretar los resultados obtenidos.
- Estudiar la forma de esta distribución. Comentar el resultado.

- 3.7 La distribución del importe de las facturas por reparación de carrocería de una muestra de 80 vehículos en un taller, viene dada por la tabla siguiente:

Importe (€)	Nº vehículos
0-60	10
60-80	20
80-120	40
120-240	10

Se pide:

- Calcular el importe medio. ¿El valor hallado es representativo de la distribución de facturas?
- Calcular el importe mediano y el importe más frecuente.
- Calcular el importe mínimo pagado por el tercio de vehículos con facturas de mayor importe.
- ¿Cuál es el importe máximo pagado por las 60 reparaciones más baratas?
- Calcular el grado de asimetría que presenta la distribución con la mayor precisión posible, e interprete el resultado.

- 3.8 La distribución de salarios pagados diariamente en una cadena de pizzerías a sus repartidores es la siguiente:

Salarios (€)	Nº empleados
10-16	14
16-22	22
22-28	31
28-34	23
34-40	10

- a) ¿Puede considerarse representativo del conjunto de salarios el salario medio? ¿Porqué?
- b) Tipifique la variable salarios
- c) El horario de los empleados de esta empresa no es único. Sabiendo que el número medio de horas trabajadas es de 6 horas y su desviación típica es de 2,5 horas, deduzca si los horarios tienen una distribución más o menos homogénea que los salarios de esta empresa.
- 3.9 Establezca, con base estadística, en cuál de las siguientes empresas el salario está repartido de forma más equitativa.

Empresa A		Empresa B	
nº de personas	salario percibido (€)	nº de personas	salario percibido (€)
15	800	10	800
20	1000	30	1000
30	1200	35	1200
20	1500	24	1500
15	7500	1	7500

¿Qué conclusiones puede obtener del análisis de las curvas de Lorenz correspondientes?

- 3.10 Una empresa tenía a finales del pasado año mil seiscientos cincuenta accionistas distribuidos de la siguiente forma:

Nº de acciones	Nº de accionistas
0-20	1030
20-60	380
60-100	180
100-500	50
500-1000	10

Se pide:

- a) Hallar el número medio de acciones por accionista y su desviación típica.
- b) ¿Cuál es el número de acciones que como máximo posee la mitad del accionariado?
- c) Comente, con base estadística, el grado de concentración de las acciones.
- d) ¿Qué porcentaje del total de acciones poseen los accionistas mayoritarios? (accionistas mayoritarios son aquellos que poseen mas de 500 acciones)
- e) ¿Qué porcentaje de los accionistas minoritarios posee el 20% del total de acciones?

- 3.11** En un aparcamiento cobran por cada minuto que está estacionado el vehículo 1,5 céntimos de €. La ocupación del aparcamiento durante la semana pasada fue la siguiente:

Tiempo de estacionamiento (min.)	nº de vehículos
0-60	1.240
60-120	3.575
120-180	746
180-240	327
240-360	218
360-1440	44

Se pide:

- Obtener el tiempo medio de estacionamiento, el más frecuente y el mediano.
 - ¿A partir de qué cantidad de tiempo un vehículo está estacionado más que el 85% de los vehículos?
 - Calcular los ingresos totales, el ingreso medio y el más frecuente.
 - La empresa arrendataria del servicio está estudiando modificar la tarifa existente de la siguiente manera: a todos los vehículos se les cobrará 50 céntimos de € por entrar y 1,1 céntimos de € por cada minuto que tengan su coche dentro del aparcamiento. Bajo esta suposición, y con los datos de que dispone, ¿qué alternativa resultaría más ventajosa para la empresa? Razonar la respuesta.
- 3.12** El testamento de un hombre de negocios lega 2.500 euros a su familia repartiéndose de la siguiente forma: a su cónyuge le asigna el doble que a su hijo primogénito y a éste el doble que a cada uno de sus otros dos hermanos.
- Considerando que cada heredero ha de aplicar un impuesto de sucesiones proporcional del 20%. ¿Cuáles serán los índices de Gini en los dos casos: antes de pagar los impuestos y después de haberlo hecho? ¿Cuál de las distribuciones es más equitativa?
 - Si a cada heredero se le aplicara un impuesto fijo de 125 euros, ¿cómo se vería afectado el índice de Gini original?

- 3.13** Se conocen los siguientes momentos de las distribuciones de frecuencias de las variables X e Y:

Variable X	Variable Y
$a_1 = 2,6$	$a_1 = 4,8$
$m_2 = 1,16$	$m_2 = 4,64$
$m_3 = 0,756$	$m_3 = -6,048$
$m_4 = 3,6704$	$m_4 = 58,7264$

Se pide:

- ¿Mediante qué cambio de origen y/o escala se puede obtener la variable Y a partir de la variable X?
 - ¿Cuánto valdría m_1 para la variable X? ¿Y para la variable Y?
 - ¿Qué podría decir de la asimetría de las variables X e Y?
- 3.14** Sea $(x_i; n_i)$ una distribución para la que la media aritmética vale 4, la moda toma el valor 5, la varianza es 1,2 y $N=30$. Determine cuánto valdrán esos mismos valores para la distribución $(x_i+10; n_i)$.

- 3.15** El volumen de ventas de una empresa de telefonía en el año 2007 se reparte de la siguiente manera:
- dentro de la telefonía móvil fue de 7,51 millones de euros, mientras que la media en el sector fue de 6,61 millones de euros y la varianza de 86,5.
 - en el caso de la empresa de telefonía fija, las ventas fueron de 8,41 millones de euros, siendo la media en su sector de 7,2 millones de euros y la varianza de 117,79.

¿En cuál de los dos sectores está mejor situada la empresa en cuanto a su volumen de ventas? Razone la respuesta. ¿En qué unidades vendrá medida la varianza?

- 3.16** En un club de fútbol hay equipos que juegan en 3 categorías. Hay un 10% de jugadores que juegan en primera división, un 30% en segunda y un 60% en tercera división. Se sabe que en la temporada 2007-08 el sueldo medio para los jugadores de primera división fue de 500.000 euros al año, el de segunda división 300.000 € al año y para los de tercera 175.000 € al año.

- ¿Cuál fue el sueldo medio de los jugadores de todo el club?
- Para la temporada 2008-09 se ha mantenido la plantilla de los trabajadores, pero se han negociado incrementos salariales distintos para cada categoría. Se conocen sólo algunos aspectos de dicha negociación. El salario medio para el conjunto de la empresa será exactamente de 250.000 € anuales. El incremento previsto para los de primera división será del 10%, y para los de segunda un 8%. Tras conocer esta información los jugadores de tercera división deciden convocar una huelga indefinida en tanto en cuanto no se revisen los incrementos salariales pactados ya que se consideran claramente desfavorecidos. Según la información de que dispone ¿Estaría de acuerdo con la actitud de dichos jugadores? Justifique su respuesta.

- 3.17** Una alumna de primer curso de Economía, tras los exámenes de febrero, quiere saber en qué asignatura de las cursadas en el primer cuatrimestre ocupa una mejor posición relativa según la nota obtenida. Para satisfacer su curiosidad dispone de la siguiente información:

Asignaturas	Nota obtenida por la alumna	Nota media de la asignatura	Desviación típica de las notas de la asignatura
Estadística	7,0	6,0	1,2
Matemáticas	6,5	6,0	1,7
Tª Económica	6,0	5,0	2,0
Contabilidad	7,2	7,0	1,4
Derecho Civil	8,5	7,5	2,1
Historia Económica	9,0	8,0	1,3

Determine en qué asignatura está situada en una mejor posición relativa.

- 3.18** En un barrio de la periferia de Madrid se da la siguiente distribución de renta (en miles de euros):

Renta (miles €)	Nº de Familias
3-15	70
15-35	28
35-65	2

- Obtenga la renta media y modal de dicho barrio e interprete los resultados. ¿Que conclusiones puede obtener de la comparación de ambos valores?
- En otro barrio, la renta media por familia es de 12.000€ y la desviación típica de 2.400€ ¿Cuál de los dos barrios puede considerarse más homogéneo en rentas familiares?

- c) Debido a una política de subvenciones, las rentas de las familias del barrio periférico aumentan en 4.000 €. ¿Cambiará la conclusión obtenida en el apartado anterior?

3.19 El servicio de estudios de una importante entidad bancaria está llevando a cabo un análisis de las exportaciones realizadas por las empresas del sector industrial en España. Concretamente los datos recabados han sido los siguientes:

Exportaciones (miles €)	Número de empresas (cientos)
0 – 10	4
10 – 20	20
20 – 40	10
40 – 50	10

A partir de dicha información:

- Calcule la media y la mediana de las exportaciones realizadas. ¿Qué conclusiones obtiene de la comparación de ambos indicadores?
- En Francia se ha realizado un estudio similar obteniéndose un coeficiente de variación de Pearson de 0,64. Compare este valor con el que se obtendría a partir de los datos suministrados en el ejercicio, ¿qué puede decir sobre ambas distribuciones de frecuencias a raíz de la comparación?
- En ambos países se han aprobado políticas públicas destinadas a incrementar el dinamismo del sector exportador. Como consecuencia, en España cada una de las empresas ha aumentado sus exportaciones un 1%, mientras que en Francia se ha producido un aumento lineal de las exportaciones de 1.000 euros por empresa. A tenor de esta información, ¿cree que cambiarán las conclusiones obtenidas en el apartado anterior? Justifique su respuesta.
- ¿Qué porcentaje de las exportaciones totales realizan el 40% de las empresas que menos exportan?
- Dibuje el histograma de la variable exportaciones

TEMA 4:

- 4.1 A partir de la siguiente distribución bidimensional $(X_i, Y_j; n_{ij})$, calcule las \bar{X} , \bar{Y} , S_x^2 , S_y^2 y S_{xy} . ¿Son independientes las variables X e Y?

X\Y	1	2	3
-1	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	0

- 4.2 A partir de la siguiente distribución bidimensional $(X_i, Y_j; n_{ij})$, calcule la \bar{X} , \bar{Y} , S_x^2 , S_y^2 y S_{xy} . Calcule la distribución de X condicionada a que $Y=4$. ¿Son independientes las variables X e Y?

X\Y	1	2	3	4	5
-1	2	4	6	10	8
0	1	2	3	5	4
1	3	6	9	15	12
2	4	8	12	20	16

- 4.3 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde X es el nº de miembros del hogar e Y es el nº de coches del hogar, calcule la media y varianza de la distribución del nº de coches condicionada a que el hogar esté formado por 5 miembros.

X\Y	1	2	3	4
1	7			
2	10	2		
3	11	5	1	
4	16	6	6	
5	8	6	4	2
6	1	2	3	1
7	1		1	1
8			1	1

- 4.4 Tenemos la siguiente tabla de correlaciones. Halle n_{21} para que las dos variables sean estadísticamente independientes y calcule su covarianza en este caso.

X\Y	5	7
100	8	4
250	n_{21}	6

- 4.5 Dada la siguiente tabla de correlaciones entre la edad (X) y las horas semanales frente al televisor (Y) [X e Y son las marcas de clase correspondientes a distribuciones dadas en intervalos]

X\Y	5	15	40	70
10	3	7	6	4
20	6	14	12	8
40	5	10	9	6
60	1	4	3	2

- Consideradas individualmente, ¿qué variable presenta mayor dispersión relativa?, ¿y mayor concentración?
- Calcule la covarianza entre la edad del individuo y las horas semanales empleadas en ver TV. ¿Qué puede comentar con este resultado?
- Calcule la distribución de las horas de TV condicionado a los individuos de 20 años de edad.
- Calcule la distribución de las horas de TV condicionado a que los individuos tengan 40 años o menos.
- Calcule la distribución de la edad condicionada a aquellos que ven 5 horas de TV a la semana.
- Calcule la media aritmética de horas de TV que ve el intervalo mas joven de la población ($x_i = 10$).

4.6 Tenemos una distribución bidimensional expresada en la siguiente tabla de correlaciones. La variable X representa los ingresos familiares mensuales en unidades de 10 €. La variable Y representa, a su vez, los metros cuadrados de la vivienda familiar.

X\Y	< 60	60-80	80-100	100-150	> 150
50-100	20	18	2	1	0
100-200	25	40	30	2	1
200-350	5	10	15	25	3
350-500	0	5	15	20	8
> 500	0	1	2	7	10

- Calcule la distribución marginal de las dos variables.
- Obtenga la distribución de la superficie de la vivienda condicionada al intervalo modal de los ingresos familiares.
- Calcule la distribución de los ingresos condicionada al intervalo mediano de vivienda familiar.
- ¿Son independientes los ingresos familiares y el tamaño de la vivienda donde habitan?

4.7 Se han observado, durante un mes determinado, el gasto en teléfono móvil y el ingreso total en seis familias. Los resultados obtenidos, expresados en unidades monetarias corrientes, han sido:

	Gasto en teléfono móvil	Ingreso total (miles €)
Familia 1	2	4
Familia 2	3	6
Familia 3	6	8
Familia 4	9	10
Familia 5	10	12
Familia 6	11	20

- Calcule la covarianza entre el gasto y el ingreso. A la vista de este resultado, ¿puede afirmar que las variables sean dependientes o independientes?
- Para estas 6 familias ¿Qué variable se distribuye de forma mas homogénea, el gasto en móvil o los ingresos totales?

4.8 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde las variables X e Y son estadísticamente independientes.

X \ Y	3	4
1	3	c
2	2	6

Se pide

- a) Determinar las distribuciones marginales de ambas variables.
- b) Calcular las medias y varianzas, así como el valor de la covarianza.
- c) Gráficamente, ¿cómo serían las rectas de regresión de Y/X y de X/Y correspondientes a esta distribución bidimensional? [apartado del tema 5]

TEMA 5:

- 5.1** La distribución de frecuencias de las variables consumo mensual (C) y renta mensual (Y), expresadas en 10^2 €, referente a 100 familias es la siguiente:

Y \ C	15	25	35	45
30	10	15		
40	5	20	25	
50		15	5	5

Calcule:

- La recta de regresión que explique el consumo en función de la renta. Interprete los coeficientes calculados.
 - El grado de representatividad de esta recta.
 - La varianza del consumo.
 - ¿Qué parte de la varianza del consumo explica la renta y qué parte no?
 - Consumo esperado para una renta de 3.600 euros mensuales.
- 5.2** Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = -5Y + 10
 \end{aligned}$$

- 5.3** Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una misma serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = 5Y + 10
 \end{aligned}$$

Si se acepta como válida la recta Y/X, ¿entre qué valores puede variar el parámetro b' , de la recta X/Y?

- 5.4** Las notas en estadística (X) y en matemáticas (Y) obtenidas por 10 alumnos elegidos al azar en un grupo de primer curso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales han sido las siguientes, según el orden de selección de la muestra:

Nº orden	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
X_i	9	7	3	6	7	5	10	8	2	5
Y_i	8	5	4	2	9	6	10	9	1	5

- Represente la nube de puntos correspondiente a esta distribución. ¿Qué hipótesis pueden hacerse a la vista de esta representación?
- Estime los parámetros de la recta de regresión de Y/X. Interprete los coeficientes calculados.
- Estime los parámetros de la recta de regresión de X/Y. Interprete los coeficientes calculados, y compare ambas rectas.
- Represente las dos rectas de regresión junto a la nube de puntos.
- ¿Es bueno el ajuste de la recta de Y/X a la nube de puntos? ¿Y el de la recta de X/Y?
- Calcule la varianza residual en la regresión Y/X. ¿Coincidirá con la varianza residual en la regresión X/Y.? Compruebelo.

- g) Para un alumno que haya obtenido un 7 en matemáticas ¿qué nota le pronosticaría en estadística?
 h) Para un alumno que haya obtenido un 4 en estadística ¿qué nota le pronosticaría en matemáticas?

5.5 El coeficiente de correlación entre dos variables X e Y es 0,6. Sabiendo además

VARIABLE	MEDIA	DESV. TIPICA
X	10	1,5
Y	20	2

- a) Halle las rectas de regresión Y/X y de X/Y.
 b) Calcule el error típico de estimación (raíz cuadrada de la varianza residual) para las dos regresiones anteriores.

5.6 Se desea estudiar la repercusión que tiene los días de lluvia en el número de visitas a un zoo. Para ello, se observaron las siguientes variables, durante los últimos diez años, siendo Y = N° de visitas anuales, en miles, y X = N° de días de lluvia al año:

Año	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Y:	107	105,5	105	104,4	104,3	104	103,7	103,4	103,1	103
X:	18	26	30	33	38	39	42	44	46	49

- a) Calcule el coeficiente de correlación lineal e interprete el valor hallado.
 b) Obtenga la recta de regresión que explique el número de visitas anuales en función del número de días de lluvia.
 c) ¿Qué previsión de visitas habrá para el año próximo si el Instituto Metereológico informa que lloverá 40 días? ¿Qué grado de fiabilidad tendrá esta predicción?
 d) Dada la bondad del ajuste realizado, ¿puede graficar esquemáticamente las rectas Y/X y X/Y?
 e) Obtenga la recta de regresión X/Y y represéntela junto a la recta de regresión Y/X y la nube de puntos.

5.7 En un país europeo se han obtenido estadísticas que relacionan el número de vehículos matriculados y el número de accidentes habidos en un período determinado. Los datos recogidos son los siguientes:

periodo	n° de accidentes	n° de vehículos matriculados
1	166	352
2	153	373
3	177	411
4	201	441
5	216	462
6	208	490
7	227	529
8	238	577
9	268	641
10	268	692
11	274	743

- a) Estime un modelo de regresión que nos explique linealmente el n° de accidentes en función de los vehículos matriculados. Interpretar los coeficientes del modelo.
 b) Calcule el coeficiente de correlación lineal. ¿Qué puede decir con este dato?
 c) ¿Cuál es el porcentaje de las causas ajenas a la regresión que influyen en la variable dependiente?

- d) Deducir cuál sería el nº de accidentes si se matriculan 800 vehículos.
- e) Estimar el parque de vehículos matriculados para reducir el número de accidentes hasta 175.

5.8 En una distribución bidimensional (X, Y) se ha ajustado una regresión lineal entre las dos variables. Se sabe que $r = 0,8$, que $S_x = 4$, que $\bar{Y} = 2$, y que la recta de regresión de X sobre Y ajustada es $Y = 4X$. Se pide:

- a) Calcular los valores de S_{xy} , S_y^2 y \bar{X} .
- b) Calcular la recta de regresión de Y sobre X .
- c) Calcular la varianza residual en la regresión de X sobre Y .

5.9 Dados los siguientes datos sobre las variables X e Y , donde $X = \text{PIB per capita}$ (en miles de dólares) e $Y = \text{Tasa natural de crecimiento demográfico}$, referidos a 162 países de todo el mundo.

- a) Obtenga la recta de regresión que pretende explicar la tasa natural de crecimiento en función de la renta del país.
- b) Interprete los coeficientes de la recta estimada.
- c) Obtenga una medida de la bondad del ajuste y califique si éste es bueno.

$$\begin{array}{ll}
 \sum y = 2.886,4 & \sum y^2 = 172.291,2 \\
 \sum x = 978,9 & \sum x^2 = 17.569,9 \\
 \sum xy = 8.938,4 &
 \end{array}$$

5.10 Sabemos que las rectas de regresión de X/Y y de Y/X son las siguientes:

$$\begin{array}{l}
 Y/X: Y = 3 + 2 X \\
 X/Y: X = 2 + 0,3 Y
 \end{array}$$

Conociendo además que $S_{XY} = 3,2$. Obtenga la varianza residual de la regresión de Y/X y la varianza residual de la regresión de X/Y .

5.11 Sabiendo que para una distribución bidimensional $(X, Y; n_{ij})$:

$$r = 0,7 \quad S_x = 1,2 \quad \bar{Y} = 4 \quad X/Y: X = 0,6 + 0,44 Y$$

Obtenga:

- a) La media de X .
- b) La recta de regresión de Y/X .
- c) Varianza de Y .
- d) La covarianza de ambas variables.

5.12 ¿Cuáles de los siguientes pares de posibles rectas de regresión de Y/X y de X/Y realmente pueden serlo? Razone la respuesta.

- a) $Y = 3 + 4 X$ siendo $X = 2 + Y$
- b) $Y = 3 + 2 X$ siendo $X = 2 - 0,3 Y$
- c) $Y = 3 + 2 X$ siendo $X = 2 + 0,2 Y$

5.13 Sean las siguientes ecuaciones las rectas de regresión de una variable bidimensional $(Y, X; n_{ij})$.

$$\begin{array}{l}
 X - 2Y = 3 \\
 X - 4Y = 2
 \end{array}$$

- a) ¿Cuál de estas rectas corresponde a la regresión de Y/X y cuál a la regresión de X/Y ?
- b) Calcule las medias aritméticas de Y y de X .
- c) ¿Cuánto vale el coeficiente de correlación lineal?

5.14 De una distribución bidimensional (X_i, Y_j, n_{ij}) sabemos que $\bar{x} = 10$ y $S_{xy} = 10$. Ambas rectas de regresión pasan por el punto $(0,0)$. ¿Cuál es el grado de bondad del ajuste?

5.15 A partir de un conjunto de datos sobre las variables X e Y se ha calculado la regresión de Y sobre X , obteniéndose los siguientes resultados:

$$Y = 10 + 0,45 X \qquad r^2 = 0,9 \qquad \bar{X} = 20$$

Calcule los parámetros de la regresión de X sobre Y .

5.16 Compruebe si son coherentes los resultados obtenidos al ajustar la recta de regresión:

a) $Y = a + b X, \Rightarrow S_{xy} = 20 \quad S_x^2 = 10 \quad \bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 4 \quad a = 3$

b) $Y = a + b X, \Rightarrow S_y^2 = 4 \quad S_{xy} = 4 \quad S_{ry}^2 = 0,4 \quad S_x^2 = 5$

5.17 Una de las medidas adoptadas por un gobierno ante la situación de crisis actual ha consistido en rebajar el tipo impositivo del impuesto sobre la renta con el propósito de conseguir un aumento del consumo y, por ende, una reactivación de la economía. Para probar la eficacia de la medida se ha aplicado de forma experimental a un grupo de ciudadanos recogiendo información sobre la variación experimentada en su consumo a raíz de variar el tipo impositivo del impuesto sobre la renta. La variación en el consumo (Y) se ha expresado en cientos de euros, mientras que la variación en el tipo impositivo (X) se ha expresado en porcentaje. A partir de los datos se han obtenido los siguientes momentos respecto al origen:

	X	Y
a_1	-1,03	13,3
a_2	1,343	219,5
a_{11}	-16,84	

- a) A partir de la información suministrada, ¿Cree que la medida va a tener los efectos deseados? Justifique su respuesta.
- b) ¿Cuál sería la bondad del ajuste de la regresión lineal de Y sobre X ? Interprete el resultado obtenido.
- c) Obtenga el coeficiente de correlación lineal e interprételo.
- d) Suponga que otro economista ha realizado una regresión lineal de Y sobre X en la que la variable Y se ha expresado en euros mientras que la variable X se ha expresado en tanto por uno. ¿Cómo variarían los valores de los coeficientes de la recta obtenida con estas nuevas unidades de medida?

5.18 Demuestre que la suma de los errores resultantes de un modelo de regresión lineal simple, ajustado por mínimos cuadrados es igual a cero.

TEMA 6:

- 6.1** Una empresa estudia la evolución de los precios en los últimos 5 años (en €) de tres componentes (A, B, C) necesarios para construir una pieza de recambio.

año	A	B	C
1	3,0	4,0	1,0
2	4,0	6,0	1,5
3	5,0	6,5	2,0
4	4,5	7,0	2,5
5	7,0	4,0	3,0

- a) Calcule un índice simple para estudiar la evolución del precio del componente A tomando como periodo de referencia el año 1. Interprete el valor de los números índices calculados
- b) Calcule un índice complejo de la evolución del precio de la pieza, utilizando una media aritmética de índices simples y tomando como referencia el año 1.
- c) Suponiendo que en cada pieza van 5 unidades del componente A, 10 del B y 15 del C, calcule la serie de índices de precios para la pieza de recambio tomando como referencia el periodo 1 y usando una media aritmética ponderada de los índices simples. Analice cómo varían los resultados, y cuál es el incremento medio anual de precios a partir del índice complejo media aritmética ponderada.
- 6.2** El consumo en combustible de una empresa (en miles de litros) y los índices de precios del combustible en seis años han sido:

Año	Consumo (miles litros)	Índice (base 2005=100%)
2002	60	91%
2003	70	93%
2004	75	95%
2005	78	100%
2006	80	114%
2007	85	120%

Sabiendo que el precio del combustible fue de 1,5 €/litro en el año 2007, calcule el gasto en combustible de la empresa en cada año.

- 6.3** A continuación tenemos los precios y cantidades vendidas de los tres productos que fabrica una determinada empresa, durante los tres últimos años:

t	P ₁	P ₂	P ₃	Q ₁	Q ₂	Q ₃
0	4	10	15	2	2	3
1	6	11	20	5	1	3
2	5	12	25	4	1	2

- a) Obtenga los índices de precios y de cantidades de Paasche, de Laspeyres y de Fisher para estos tres periodos considerando como base el periodo 0.
- b) Obtenga los índices de valor.

- 6.4 Un grupo de estudiantes decide estudiar la evolución de los precios de tres artículos que consumen en sus tiempos de ocio: discoteca, cine, conciertos. Para ello estudian a lo largo de dos años el precio de las entradas (P_i) y el número de veces que asisten a lo largo de un año (Q_i). Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

Año	discoteca		cine		conciertos	
	P_i (€)	Q_i	P_i	Q_i	P_i	Q_i
2006	12	25	5	70	30	10
2007	15	30	6	80	40	25

Obtenga los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fisher tomando como base el año 2006. Comente los resultados obtenidos.

- 6.5 Antonio alquiló un local el 1 de enero de 2005 por 3.000 euros mensuales, impuestos no incluidos. La revisión del alquiler se efectúa según los valores del IPC. Dispone de una tabla con información sobre el IPC de cada año (base 2000=100%).

Mes de enero	2005	2006	2007
IPC %	128,712	133,413	138,34

Antonio quiere saber cuál será la renta que tendrá que pagar en 2008 si la previsión del IPC para enero de 2008 es un incremento del 3,4% sobre el mes de enero del año 2007.

- 6.6 Se conoce la información sobre la evolución de los precios de los bienes y servicios consumidos por un estudiante. Rellene el siguiente cuadro con las cantidades correspondientes

AÑO	Índ. General	Índ. cafetería	Índ. transporte	Índ. ocio	Índ. otros
2006		149%	157%	133%	142%
2007		160%	165%	143%	148%
Ponderación	1,00	0,15	0,35	0,3	0,2
Variación en valor absoluto					
Variación relativa					

- 6.7 En la elaboración de un índice de precios, en un determinado período, se decide cambiar la base cortándose la serie en dicho período. Enlace las dos series de manera que se obtenga una serie completa con base 100% en 2004.

Año	Índice base 100% = 2001	Índice base 100% = 2004
2001	100%	
2002	120%	
2003	150%	
2004	180%	100%
2005		110%
2006		133%
2007		150%

- 6.8** Se dispone de los datos de dos series temporales: la ganancia media mensual por trabajador y el IPC de un determinado país, para ocho años.

Año	Ganancia media trabajador/mes (u.m.)	IPC %
2000	75,0	88,3%
2001	85,1	100%
2002	92,9	110,3%
2003	101,8	120%
2004	113,4	130,5%
2005	121,5	177,4%
2006	128,7	144%
2007	138,8	153,8%

- Expresar la ganancia media en unidades monetarias constantes del año 2001. Interpretar y comentar los números índices del año 2007.
- Calcular el incremento interanual de la ganancia media en términos nominales y reales, y comparárlas.

- 6.9** En cierto país el salario medio por hora, en unidades monetarias corrientes, de los trabajadores de un determinado sector productivo y los índices de precios de consumo a lo largo de los seis últimos años fueron:

Años	Salario/hora (€)	Índice de precios (2000 = 100%)
2002	5,2	144%
2003	5,8	166%
2004	6,0	179%
2005	6,3	194%
2006	6,4	204%
2007	8,4	209%

- Expresar el salario en unidades monetarias constantes del año 2002.
- ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos corrientes durante estos años?
- ¿Cuáles fueron las variaciones anuales del salario en términos reales durante estos años?
- Calcular la tasa media anual acumulativa de los salarios en términos nominales y reales.

- 6.10** Las cantidades aportadas anualmente a un plan de pensiones por una persona durante los últimos 6 años, y los correspondientes valores del IPC fueron los siguientes:

Año	IPC (2000 = 100%)	Pagos (€)
2002	121,561	500
2003	123,791	900
2004	126,651	1.200
2005	131,000	1.450
2006	135,702	1.500
2007	140,450	1.670

La empresa desea saber cuál es la valoración en euros de 2006 de la suma total de pagos efectuados en el periodo 2002-2007.

6.11 Dados los siguientes datos:

Índice de cantidad de Paasche: $Q_P^{07}_{97} = 140\%$

Índice de cantidad de Laspeyres: $Q_L^{07}_{97} = 135\%$

Índice de precios de Laspeyres: $P_L^{07}_{97} = 180\%$

Valor de la producción del año 1997 a precios de ese año: $Y_{97} = 200$ millones de euros.

Calcúlese:

- El índice de precios de Fisher de 2007 con base 100% en 1997.
- El valor de la producción de 2007 a precios de dicho año.
- El valor de la producción de 2007 a precios de 1997.
- El incremento medio anual de la producción habido en el período 1997 - 2007.

6.12 De un sistema de índices de cotización de bolsa, con base 100% en 2000, se tiene la siguiente información estadística relativa a la cotización de las 5 compañías en que ha invertido el Sr. Peláez. La ponderación informa del reparto de la cartera de inversión del Sr. Peláez.

Cía.	Ponderación %	Índices simples 2005	Índices simples 2006	Índices simples 2007
a	50%	110%	112%	120%
b	14%	105%	105%	110%
c	9%	108%	110%	114%
d	10%	104%	108%	110%
e	17%	106%	107%	110%

Calcúlense:

- Los índices de cotización de la cartera de inversión del Sr. Peláez para los años 2005, 2006, y 2007.
- ¿Qué variación se ha producido en la cotización de la cartera de inversión en los años 2006 y 2007 (en porcentaje)?

- 6.13 El conjunto de bienes de consumo se ha clasificado en tres grupos. Los precios y cantidades de cada grupo son los siguientes:

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Año	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₃	Q ₃
2004	3	5	7	3	8	4
2005	4	7	9	8	10	10
2006	5	8	6	4	8	8
2007	6	5	7	7	10	10

Calcule:

- Los índices de precios de Paasche, con base en el año 2004.
- Dados los siguientes salarios monetarios:

Año 2004: 120 u.m.

Año 2005: 140 u.m.

Año 2006: 180 u.m.

Año 2007: 200 u.m.

Expresé dichos salarios en unidades monetarias del año 2004.

- 6.14 Una persona invirtió 6.000 euros en acciones de Telefónica en 2004. Los índices de cotización de Telefónica y de un índice general de precios en los años siguientes fueron:

Año	Índice cotizaciones (base 2004 = 100%)	Índice Precios (base 2000 = 100%)
2004	100,00%	126,651%
2005	95,312%	131,000%
2006	83,254%	135,702%
2007	75,584%	140,450%

¿Cuál es el valor de su inversión a final de 2007 a precios corrientes? ¿Y a precios constantes de 2004?.

- 6.15 Una empresa de alquiler de coches ha obtenido los siguientes beneficios netos en miles de euros corrientes en los últimos años. El IPC del subsector ha seguido la evolución que también se refleja en la siguiente tabla:

Años	Beneficios Netos (10 ³ euros)	Índice de precios (2003 = 100%)
2002	72,4	97%
2003	78,7	100%
2004	80,0	104%
2005	83,1	110%
2006	84,9	112%
2007	94,3	119%

- Calcule los beneficios netos en miles de euros a precios constantes de 2005.
- Calcule las tasas de variación interanuales de los beneficios netos en miles de euros corrientes y constantes.
- Calcule las tasas medias de variación anual para el periodo considerado en términos corrientes y constantes.
- Construya un Número Índice para los Beneficios de la Empresa con base 100 en 2002.

- 6.16** El PIB per cápita del país A era en el año 2008 de 30.000 € mientras que el PIB per cápita del país B era de 32.000 €. Si el PIB per cápita del país A crece a una tasa media anual acumulativa del 2,6% y el del país B lo hace al 2%, ¿cuántos años serán necesarios para que ambos países tengan el mismo PIB per cápita? ¿A qué tasa media anual acumulativa tendría que haber crecido el PIB per cápita del país A para alcanzar al país B en 6 años?
- 6.17** Los datos del precio de la vivienda a partir del año 1997 (medido en euros por metro cuadrado) muestran que su precio siempre ha crecido en términos nominales. Teniendo en cuenta los datos de inflación a partir de ese año,

	Precio Vivienda (€/m ²)	IPC (1997=100%)	IPC (2000=100%)
1997	723	100%	
1998	801	105,1%	
1999	892	110,2%	
2000	962	114,2%	100%
2001	1.030		103,2%
2002	1.051		107,1%
2003	1.072		111,1%
2004	1.090		116,1%

- ¿En qué año se produjo la mayor subida del precio de la vivienda, en valor nominal?
- Calcule la rentabilidad real (a precios constantes) acumulada en el año 2004 desde el año 1997.
- ¿Cuál fue el año de mayor rentabilidad, y cuál el de menor rentabilidad, del precio de la vivienda en términos reales (a precios constantes)?

TEMA 7:

7.1 La siguiente serie temporal expresa la evolución de los gastos en medicamentos en cientos de millones.

trimestre	2005	2006	2007
1	5	6	6
2	6	7	4
3	5	6	6
4	4	5	7

Obtenga la tendencia de dicha serie mediante:

- el ajuste de una recta a los valores de la variable
- el método de las medias móviles.

7.2 Calcule las predicciones trimestrales de la importación de componentes electrónicos (en millones de euros) para el año 2008 suponiendo un esquema de agregación multiplicativo. Los IVEs calculados a partir de los datos disponibles para el periodo 2005-2007 son los siguientes:

$$IVE_1 = 1,01; \quad IVE_2 = 1,03; \quad IVE_3 = 1,03; \quad IVE_4 = 0,93$$

y el componente Ciclo-Tendencia, determinado por el método de ajuste de una recta a los valores de la serie da la regresión: $CT_t = 2,2 + 0,5 t$

Nota: Se ha dispuesto de los datos trimestrales desde 2005.1 hasta 2007.4

7.3 Se conocen los datos de la serie trimestral de paro de un determinado país desde 2003 a 2007. Suponiendo que sus componentes se agregan según un esquema multiplicativo y sabiendo que:

- $IVE_1 = 99,479\%$ $IVE_3 = 100,39\%$ $IVE_4 = 101,89\%$
- el coeficiente **b** de la recta de regresión que explica los datos de parados en función del tiempo vale 47,06 y el coeficiente **a** vale 93,45 ($t=1, 2, \dots$):

Prediga el valor de la serie para los dos primeros trimestres de 2008.

7.4 Dada la siguiente serie temporal:

Trimestre	2005	2006	2007
1º	2,0	2,2	2,2
2º	3,1	3,0	3,5
3º	2,6	2,8	4,3
4º	1,8	2,0	2,1

Se pide:

- Desestacionalizar la serie bajo la hipótesis de modelo multiplicativo.
- Realizar un análisis de los residuos utilizando como modelo de tendencia una recta ajustada a los valores de la serie y como índices de variación estacional los obtenidos en el apartado anterior.
- Predicir los valores trimestrales de la serie para el año 2008.

- 7.5 Analice la serie de coste laboral por hora efectiva (€), previa determinación gráfica del modelo agregativo (*) que sigue la serie, y ofrezca una predicción para los dos primeros trimestres del año 2004.

Trimestre	2000	2001	2002	2003
1º	11,32	11,79	12,77	13,24
2º	12,24	12,74	13,03	14,12
3º	13,33	13,92	14,50	15,03
4º	13,34	14,02	14,60	15,09

Fuente: INE

(*) Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo.

- 7.6 Las ventas de una cadena local de supermercados están reflejadas en la siguiente tabla de valores trimestrales:

Trimestre	2005	2006	2007
1º	1,9	2,1	2,3
2º	3,2	2,9	3,6
3º	2,5	2,6	4,1
4º	1,7	2,0	2,0

- a) Obtenga la componente estacional (índices de variación estacional) e interprete los resultados obtenidos.
- b) Graficar la serie original junto con la serie desestacionalizada.
- 7.7 Se dispone de información relativa a cinco años (desde enero de 2004 hasta diciembre de 2008) sobre las ventas mensuales (en miles de euros) de una determinada compañía. Con estos datos se ha realizado un análisis de series temporales obteniéndose un modelo de tendencia (mediante el ajuste de una recta a los valores de la serie) y un modelo de estacionalidad (obteniendo los IVEs a partir del método de la razón a la media móvil). Dichos modelos se muestran a continuación:

Modelo de tendencia:

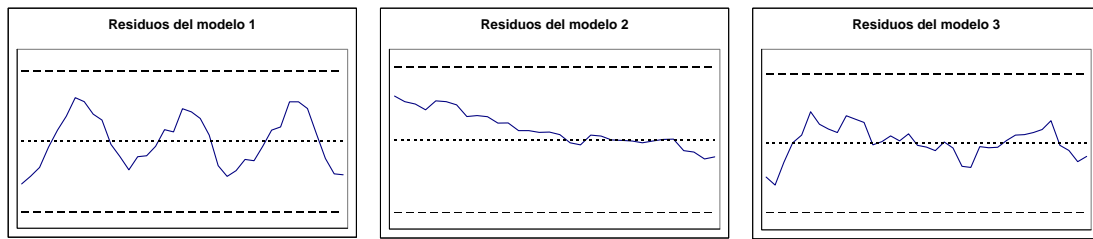
$$Tt = 217,25 + 1,25 t \quad (\text{para } t = 1, 2, \dots, 60)$$

Modelo de estacionalidad:

IVE01= 1,04	IVE02= 1,07	IVE03= 1,05	IVE04= 1,00	IVE05= 0,98	IVE06= 0,95
IVE07= 0,90	IVE08= 0,93	IVE09= 0,95	IVE10= 1,02	IVE11= 1,03	IVE12= ¿?

Se pide:

- a) Determine el valor del IVE12 e interprete el modelo de estacionalidad obtenido.
- b) Interprete el modelo de tendencia obtenido.
- c) Obtenga la predicción del valor de las ventas de los tres primeros meses de 2009.
- 7.8 Suponiendo un esquema de agregación multiplicativo se han planteado tres modelos diferentes para analizar una serie temporal. Los residuos obtenidos en cada uno de los modelos se representan a continuación junto con la media (banda central de cada gráfico) y el intervalo en torno a la media de ± 3 desviaciones típicas (bandas superior e inferior de cada gráfico). A la vista de los gráficos de residuos, ¿qué puede decir sobre cada uno de los modelos planteados?



7.9 Se dispone de la siguiente serie cuatrimestral de gasto en telefonía móvil de una empresa (miles de euros):

	2005	2006	2007	2008
Cuatrimestre 1	3,5	4,0	4,8	5,0
Cuatrimestre 2	4,0	4,8	5,2	6,0
Cuatrimestre 3	3,0	3,5	4,0	4,8

- Determinar la tendencia de la serie por el método de las medias móviles.
- Según el modelo de agregación que determine (*), calcular e interpretar los IVEs correspondientes.
- Si el modelo de tendencia, habiéndose ajustado una recta es $T_t = 3,27 + 0,17 t$, siendo $t = 1, 2, \dots$ ¿que interpretación tiene el coeficiente $b = 0,17$?
- ¿Cuál será la predicción de gasto en móvil para el primer cuatrimestre de 2009?

(*). Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo